

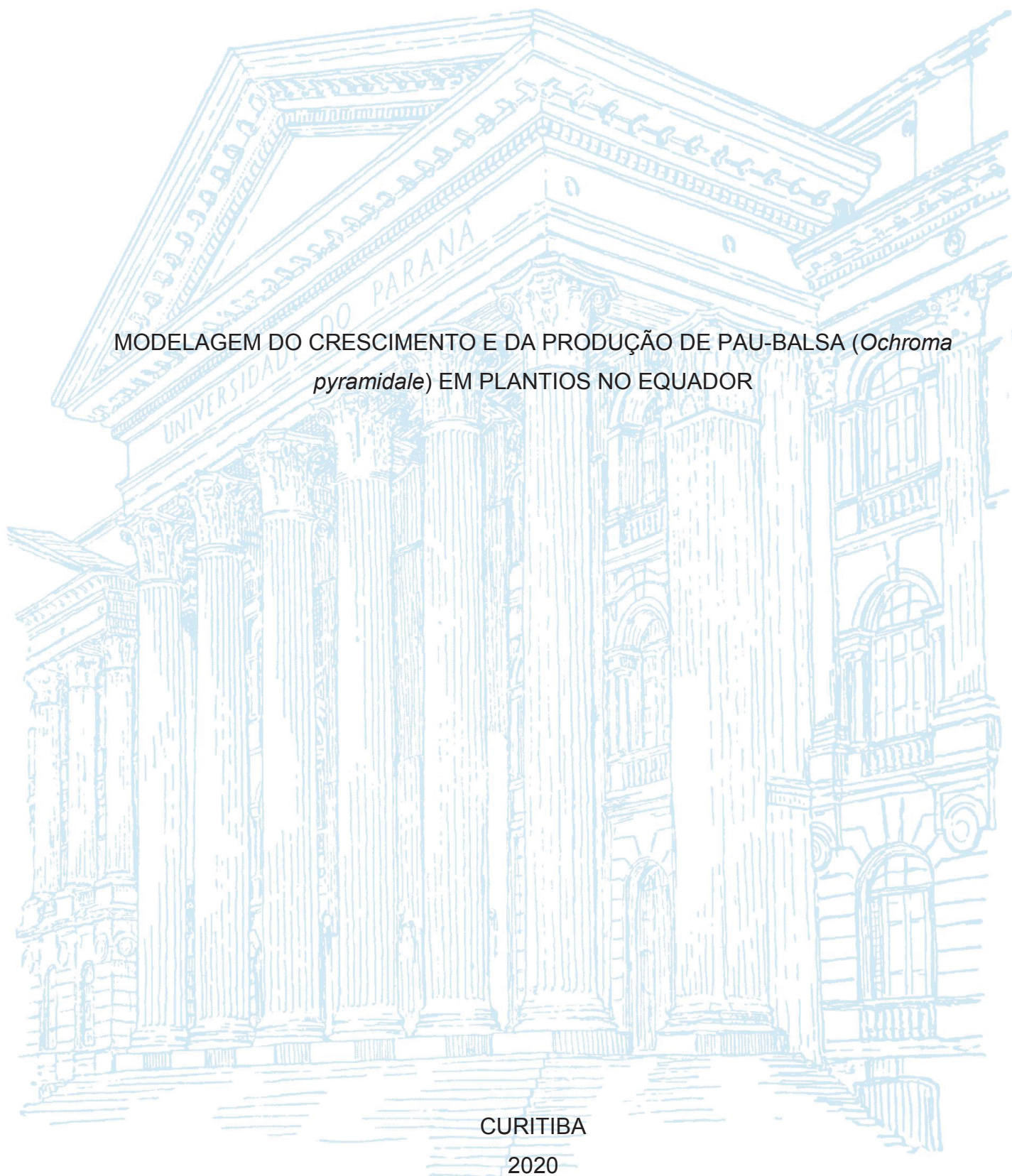
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JORGE DANILO ZEA CAMAÑO

MODELAGEM DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO DE PAU-BALSA (*Ochroma  
pyramidale*) EM PLANTIOS NO EQUADOR

CURITIBA

2020



JORGE DANILO ZEA CAMAÑO

MODELAGEM DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO DE PAU-BALSA (*Ochroma pyramidale*) EM PLANTIOS NO EQUADOR

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Área de Concentração em Manejo Florestal, Departamento de Ciências Florestais, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Florestal.

Orientador: Prof. Dr. Julio Eduardo Arce

Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Behling  
Prof. Dr. Allan Libanio Pelissari

CURITIBA

2020

Ficha catalográfica elaborada pela  
Biblioteca de Ciências Florestais e da Madeira - UFPR

Zea Camaño, Jorge Danilo

Modelagem do crescimento e da produção de pau-balsa (*Ochroma pyramidale*) em plantios no Equador / Jorge Danilo Zea Camaño. - Curitiba, 2020.

160 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Julio Eduardo Arce

Coorientadores: Prof. Dr. Alexandre Behling

Prof. Dr. Allan Libanio Pelissari

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.

Defesa: Curitiba, 16/09/2020. Área de concentração: Manejo florestal.

1. Árvores - Crescimento - Equador. 2. Árvores - Medição. 3. Equações. 4. Dendrometria - Métodos estatísticos. 5. Povoamento florestal - Produtividade. 6. *Ochroma pyramidale*. 7. Teses. I. Arce, Julio Eduardo. II. Behling, Alexandre. III. Pelissari, Allan Libanio. IV Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias. V. Título.

CDD – 634.9

CDU – 634.0.52(866)

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA FLORESTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **JORGE DANILO ZEA CAMAÑO** intitulada: **MODELAGEM DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO DE PAU-BALSA (*Ochroma pyramidale*) EM PLANTIOS NO EQUADOR**, sob orientação do Prof. Dr. JULIO EDUARDO ARCE, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 16 de Setembro de 2020.

Assinatura Eletrônica

17/09/2020 13:38:32.0

JULIO EDUARDO ARCE

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

17/09/2020 13:31:07.0

MARIO DOBNER JUNIOR

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA)

Assinatura Eletrônica

18/09/2020 09:11:14.0

HENRIQUE SOARES KOEHLER

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

18/09/2020 12:12:13.0

SAULO JORGE TÉO

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE DO OESTE DE SANTA CATARINA)

Assinatura Eletrônica

18/09/2020 15:05:53.0

EDILSON BATISTA DE OLIVEIRA

Avaliador Externo (EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA)

*A mi familia, en especial a mis padres Alicia y Ramiro, a mis hermanas Adriana, Alejandra, Doriela, Paola y Yeleida, por su amor y apoyo incondicional.*

*Dedico.*

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, força suprema de equilíbrio, pelo dom da vida e a todos os santos e anjos por cuidarem e me guiarem pelos bons caminhos, permitindo esta conquista que “nem nos melhores sonhos consegui imaginar” A.B.

À Universidade Federal do Paraná que me abriu as portas, por meio do Programa de Pós-graduação em Engenharia Florestal – PPGEF, para se tornar minha casa. Obrigado pela oportunidade de crescer em nível intelectual e pessoal.

Ao meu orientador, professor Dr. Julio Eduardo Arce, que desde antes de eu entrar na área de Manejo Florestal me apoiou e depositou em mim a sua confiança. Sou muito grato pelos ensinamentos e por me guiar sempre com discernimento e sabedoria. Espero que possamos tocar juntos outras parcerias.

Aos meus coorientadores, Profs. Drs. Alexandre Behling e Allan Pelissari, pelos seus ensinamentos, paciência e dedicação. Além das valiosas contribuições para o andamento da pesquisa e cuidado com meu trabalho, guardarei sempre gratidão.

Aos demais professores do PPGEF, pelo repasse de conhecimentos, incentivo e perguntas provocadas dentro e fora da sala de aula. Ao prof. Dr. Marcio Pereira da Rocha pelo apoio desde a coordenação do PPGEF e à profa. Dra. Daniela Biondi pela oportunidade para o ingresso no Programa. Meu reconhecimento especial aos professores Sylvio Péllico Netto e Sebastião do Amaral Machado pela inspiração profissional, com toda uma vida dedicada à Engenharia Florestal, e pelos bons “papos” no café.

À República Federativa do Brasil, em especial à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa de pesquisa, sendo fundamental durante estes quatro anos.

A Colfuturo do Governo da Colômbia - programa Crédito-beca, e à Alcaldía de Medellín - programa Sapiencia - Enlazamundos, pelo apoio administrativo e financeiro para minha permanência no Brasil.

À empresa PLANTABAL S.A. – 3ACOREMATERIALS® no Equador, pelo suporte e fornecimento de informações necessárias para o desenvolvimento da pesquisa. Em particular ao Eng. Marcelino Santiago Guachambala pelo compromisso, parceria e por acreditar sempre no projeto, assim como ao gerente Eng. Ramón del Pino e aos engenheiros Carlos Pincay e María Cristina Ortiz Padilla pelo apoio.



Ao pessoal da secretaria do PPGEF, aos técnicos, administrativos e ao pessoal operacional da Universidade Federal do Paraná que sempre deram o suporte necessário.

Aos meus colegas do Laboratório de Manejo de Florestas Nativas: Ataídes, Brown, Cícero, Cristine, Eduardo, Franciele, Gabriel Orso, Gabriel Santana, Hassan, Izabele, Jonathan, Linamara, Lisandra, Luan, Luciano, Mirella, Samuel e Tonhio pela troca de experiências, parceria, convívio e momentos de confraternização.

Aos meus colegas do PPGEF e presentes da vida, Aline Debastiani, Anna Fisher, Linamara Ferrari, Lucas Ciarnoschi, Mauricio Janzen, Maycon da Silva, Myrcia Minatti e Rafael Schmitz pelo carinho, convívio e cumplicidade. A Rozane Eisfeld pela amizade e incentivo a entrar no mundo do Manejo Florestal, decisão que mudou meu rumo e tem trazido muitos aprendizados, desafios e oportunidades.

À profa. Dra. Yoshiko Saito Kuniyoshi, “Yoyo”, e a seu esposo Nelson, por me abrigar e pelo cuidado em Curitiba. Ao pessoal da república “Casa Amarela”: Amanda, Alejandro, Arlindo, Camila, Clebson, Diego, Esther, Iací, Kamila, Renata, Stefanello e Verônica pelo convívio e parceria;

Aos meus amigos de longa data e alguns mais recentes, em especial a Aicardo Leal, Andréa Coeli Costa, César Borges, Deisy Sepulveda, Gabriel Botero, Isabella Furtado, Jaime Benjumea, Jhonatan Cano, Juan Esteban Calle, Lucas Almeida, Natalia Herrera, Sergio Chavarría, Velia Vidal, Yeison Úsuga e Yeris López pela torcida e carinho, mesmo estando distantes, e a cada um do maravilhoso grupo “Entrevero Restrito” pelos momentos inesquecíveis no “Brasil do Sul” que serão sempre motivo de saudade.

Aos professores e amigos, Drs. Patrícia Carneiro Souto e Jacob Silva Souto da Universidade Federal de Campina Grande pelo carinho, por acreditar no meu potencial e me colocar a semente do doutorado, que germinou, cresceu e ainda dará muitos frutos.

Ao SCI-HUB e a sua fundadora, Alexandra Elbakyan, por derrubar barreiras para o acesso à ciência.

A todos que de alguma forma me acompanharam e influenciaram na trajetória que me trouxe até a conclusão do doutorado, fica meu mais sincero muito obrigado - *muchas gracias!*

## RESUMO

*Ochroma pyramidale* (Cav. Ex. Lam.) Urb. é uma espécie arbórea tropical que se caracteriza pelo seu rápido crescimento e pela baixa densidade e boa resistência mecânica da sua madeira, o que a torna apropriada para usos industriais distintos. A maior parte dos povoamentos dessa espécie está localizada no Equador, país com tradição na sua silvicultura e manejo desde a década de 1950, com exportações desta madeira a quase todos os continentes. Mesmo com a sua importância florestal e a crescente demanda nos mercados internacionais, ainda existem poucos estudos que contribuam para estimar com maior exatidão e confiabilidade os estoques atuais e futuros de madeira destes plantios, bem como para servir de base em estratégias de manejo e planejamento florestal. Diante desse cenário, objetivou-se descrever e avaliar o crescimento e a produção de povoamentos de *O. pyramidale* no Equador, por meio da modelagem dos seus principais atributos dendrométricos. O trabalho foi conduzido em três capítulos: no primeiro foi abordado o tema da relação hipsométrica por classes de sítio e idade, utilizando regressão robusta para reduzir a influência de *outliers* e minimizar o erro na estimativa da altura; no segundo capítulo foi utilizada uma abordagem para obter equações de afilamento e volume compatíveis e aplicada análise multivariada para agrupar os dados em classes de idade, e no terceiro capítulo foi realizada a modelagem da produção e da prognose em nível global por meio do ajuste simultâneo do sistema de equações de área basal e volume de Sullivan e Clutter. Foram utilizadas mais de 32 mil observações coletadas num período de cinco anos em parcelas permanentes e 286 árvores cubadas. Nos três capítulos, distintos estimadores foram testados, sendo os principais: i) mínimos quadrados ordinários, ii) estimadores-M robustos para o ajuste de modelos hipsométricos, iii) regressões aparentemente não relacionadas para o ajuste dos sistemas de equações compatíveis de afilamento e volume e iv) mínimos quadrados em três estágios para o ajuste de sistema de equações de área basal e volume. O desempenho das equações ajustadas foi avaliado pelo coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj.}$ ), correlação linear de Pearson ao quadrado ( $r^2$ ), erro quadrático médio (EQM), erro padrão da estimativa ( $S_{yx}$ ) e critério de informação de Akaike (AIC), ao passo que a eficiência dos ajustes foi analisada por meio do erro padrão dos coeficientes. Os resultados do capítulo 1 demonstraram que a modelagem da relação hipsométrica de *O. pyramidale* por classes de sítio e idade torna-se apropriada, não obstante, devido à alta variabilidade dos dados com valores discrepantes, indica-se o uso de estimadores-M robustos; no capítulo 2 o agrupamento e a modelagem por classes de idade é apropriada e os sistemas compatíveis de equações de afilamento e volume resolveram o problema da incompatibilidade volumétrica, porém, devem ser ajustados por SUR para considerar a correlação dos resíduos; no capítulo 3 o sistema de equações de área basal e volume de Sullivan e Clutter demonstrou ser acurado para a estimativa da produção e prognose em povoamentos com e sem desbaste, podendo ser utilizado para a simulação de desbaste, contudo, deve ser ajustado de forma simultânea para garantir maior confiabilidade nas estimativas.

Palavras-chave: Pau-balsa. Regressão robusta. Equações correlacionadas. Ajuste simultâneo. Compatibilidade volumétrica.



# GROWTH AND YIELD MODELLING FOR BALSA TREE (*Ochroma pyramidale*) STANDS IN ECUADOR

## ABSTRACT

*Ochroma pyramidale* (Cav. ex. Lam.) Urb. is a native tree species from tropical forest characterized by fast growth, low density and good mechanical resistance, which makes it suitable for different industrial uses. Most of *O. pyramidale* stands are located in Ecuador, acknowledged for the species' forest management and exports to almost all continents since the 1950s. Despite the species' forestry importance and the growing demand for its wood in international markets, few studies contribute with accurate and reliable estimates of its current and future wood stocks. Given this scenario, this thesis aimed to describe and evaluate the growth and yield of *O. pyramidale* stands in Ecuador, by means of the modeling of its main dendrometric attributes. The thesis is divided in three chapters: First – the height-diameter relationship by site-index and age classes through robust regression was approached in order to reduce the influence of outliers and minimize the error in height predictions; Second – an approach to obtain compatible volumetric and taper equations as well as multivariate analysis to group data into age classes was applied; and Third – the growth and yield modeling at global level was carried out by applying a simultaneous fit of the basal area and volume system of equations proposed by Sullivan and Clutter. More than 32,000 samples in permanent plots collected over a five-year period and data from 286 trees cut were applied. Within the three chapters, different estimators were tested to fit models, the main ones being the following: i) ordinary least squares; ii) robust M-estimators used for fitting height-diameter models, iii) seemingly unrelated regressions (SUR) for fitting compatible systems of tree taper and volume equations and iv) three-stage least-squares (3SLS) for fitting basal area and volume system of equations. The models' fit was evaluated by adjusted determination coefficient ( $R^2_{aj.}$ ), Pearson squared correlation coefficient ( $r^2$ ), mean squared error (MSE), standard error of estimate ( $S_{yx}$ ) and Akaike information criterion (AIC); and the efficiency was analyzed by the standard error of the parameters. The results in chapter 1 demonstrated that the height-diameter relationship modeling of *O. pyramidale* by site-index and age classes is adequate, yet, due to the high variability of the data with discrepant point, the use of robust M-estimators is indicated; in chapter 2, the grouping and modeling by age class showed to be adequate and the compatible systems of tree taper and volume equations solved the volumetric incompatibility issue, nevertheless, they must be fitted by SUR to include the correlation of the residuals; in chapter 3, the basal area and volume system of equations of Sullivan and Clutter proved to be accurate for growth and yield estimations in stands with and without thinning, being possible its application for thinning simulation, however, they must be simultaneously fitted in order to provide greater reliability of the predicted values.

Keywords: Balsa-wood. Robust regression. Correlated equations. Simultaneous fitting. Volumetric compatibility.

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| FIGURA 1 - DISPERSÃO DO DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO (DAP) E DA ALTURA TOTAL (H) NOS CONJUNTOS DE DADOS DE AJUSTE E VALIDAÇÃO UTILIZADOS PARA A MODELAGEM DA RELAÇÃO HIPNOMÉTRICA DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR ..... | 35 |
| FIGURA 2 - DISPERSÃO DO DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO (DAP) E DA ALTURA TOTAL (h) POR CLASSES DE IDADE. ....  | 36 |
| FIGURA 3 - CENÁRIOS (CE1 A CE6) CONTENDO <i>OUTLIERS</i> (PONTOS VERMELHOS) PARA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NA MODELAGEM POR OLS E IRLS DA RELAÇÃO HIPNOMÉTRICA DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR (PROCEDIMENTO 2).....   | 43 |
| FIGURA 4 - RESÍDUOS PADRONIZADOS NA ESTIMATIVA DE $h_{dom}$ (a) E CURVAS DE ÍNDICE DE SÍTIO (b) PELO MODELO DE CHAPMAN-RICHARDS PARA POVOAMENTOS <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....                                    | 45 |
| FIGURA 5 - CURVAS MÉDIAS PELAS MELHORES EQUAÇÕES HIPNOMÉTRICAS AJUSTADAS POR OLS E IRLS POR CLASSES DE SÍTIO E IDADE EM POVOAMENTOS DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR. ....   | 48 |
| FIGURA 6 - ANÁLISE GRÁFICA DA NORMALIDADE PARA AS MELHORES EQUAÇÕES HIPNOMÉTRICAS AJUSTADAS POR CLASSES DE SÍTIO (a) E IDADE (a) EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....                                      | 49 |
| FIGURA 7 - RESÍDUOS PADRONIZADOS PARA AS MELHORES EQUAÇÕES HIPNOMÉTRICAS AJUSTADAS POR CLASSES DE SÍTIO (a) E IDADE (a) EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR. ....  | 50 |
| FIGURA 8 - HISTOGRAMA DE DENSIDADE DO KERNEL (a) E RESÍDUOS PADRONIZADOS (b) GERADOS NA VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO HIPNOMÉTRICA AJUSTADA AO CONJUNTO DE DADOS GERAL .....   | 51 |
| FIGURA 9 - CURVAS MÉDIAS PELA EQUAÇÃO DE CURTIS AJUSTADA POR OLS E IRLS (HAMPEL) NOS SEIS CENÁRIOS AVALIADOS NO PROCEDIMENTO 2 PARA ESTIMATIVA DA ALTURA EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....             | 54 |

|   |    |
|---|----|
| FIGURA 10 - RESÍDUOS ABSOLUTOS OBTIDOS PELA EQUAÇÃO DE CURTIS AJUSTADA POR OLS E IRLS (HAMPEL) NOS SEIS CENÁRIOS AVALIADOS NO PROCEDIMENTO 2 PARA ESTIMATIVA DA ALTURA EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....   | 55 |
| FIGURA 11 DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DE CUBAGEM POR CLASSES DE IDADE NOS CONJUNTOS DE AJUSTE E VALIDAÇÃO UTILIZADOS PARA A MODELAGEM DO AFILAMENTO E DO VOLUME TOTAL EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....   | 69 |
| FIGURA 12 - BOXPLOT DOS DADOS DE CUBAGEM POR CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....  | 71 |
| FIGURA 13 – FATOR DE FORMA NATURAL (a) E ANÁLISE DE DISPERSÃO (b) POR CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....  | 80 |
| FIGURA 14 - ANÁLISE DISCRIMINANTE GRÁFICA PARA OS $d_i$ NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....  | 85 |
| FIGURA 15 - DENDROGRAMA DA ANÁLISE DE AGRUPAMENTOS DOS $d_i$ NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....   | 86 |
| FIGURA 16 – CURVA MÉDIA PARA A ESTIMATIVA DE $d_i$ / DAP (a) E RESÍDUOS (b) OBTIDOS PELAS FUNÇÕES DE AFILAMENTO AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....   | 89 |
| FIGURA 17 – VOLUME OBSERVADO ( $V_{obs}$ ) VERSUS VOLUME ESTIMADO ( $V_{est}$ ) E RESÍDUOS ABSOLUTOS ( $Res$ ) POR FUNÇÕES DE AFILAMENTO AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....                    | 90 |
| FIGURA 18 - VOLUME OBSERVADO ( $V_{obs}$ ) VERSUS VOLUME ESTIMADO ( $V_{est}$ ) E RESÍDUOS ABSOLUTOS ( $Res$ ) E PONDERADOS ( $ResW$ ) POR FUNÇÕES DE VOLUME AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR..... | 90 |

|   |     |
|---|-----|
| FIGURA 19 - AVALIAÇÃO DA NORMALIDADE DOS RESÍDUOS ABSOLUTOS EM FUNÇÕES DE AFILAMENTO E PONDERADOS EM FUNÇÕES VOLUME AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 PARA ESTIMATIVA DO VOLUME TOTAL POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....         | 91  |
| FIGURA 20 - INCOMPATIBILIDADE DO VOLUME TOTAL ESTIMADO PELAS FUNÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....  | 92  |
| FIGURA 21 – CURVAS MÉDIAS DE $d_i / DAP$ (a) E RESÍDUOS (b) OBTIDOS POR FUNÇÕES DE AFILAMENTO AJUSTADAS NO PROCEDIMENTO 2 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....  | 96  |
| FIGURA 22 - VOLUME OBSERVADO ( $V_{obs}$ ) VERSUS ESTIMADO ( $V_{est}$ ) E RESÍDUOS ABSOLUTOS ( $Res$ ) E PONDERADOS ( $ResW$ ) POR FUNÇÕES DE AFILAMENTO E DE VOLUME AJUSTADAS NO PROCEDIMENTO 2 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR..... | 96  |
| FIGURA 23 - AVALIAÇÃO DA NORMALIDADE DOS RESÍDUOS PONDERADOS GERADOS NA ESTIMATIVA DO VOLUME TOTAL POR FUNÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME AJUSTADAS NO PROCEDIMENTO 2 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....                                | 98  |
| FIGURA 24 – VALIDAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO SISTEMA COMPATÍVEL DE MAX-BURKHART AJUSTADO NO PROCEDIMENTO 2 AOS DADOS GERAIS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....  | 99  |
| FIGURA 25 – CONJUNTO DE DADOS COM E SEM DESBASTE PARA A MODELAGEM DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM NÍVEL GLOBAL EM POVOAMENTOS DE <i>O. PYRAMIDALE</i> NO EQUADOR.....  | 115 |
| FIGURA 26 – PRODUÇÃO EM VOLUME POR CLASSES DE SÍTIO EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE (a) E COM DESBASTE (b) DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....   | 116 |

|   |     |
|---|-----|
| FIGURA 27 – PRODUÇÃO MÉDIA NA IDADE DE ROTAÇÃO (3 A 5 ANOS) EM FUNÇÃO DA IDADE (a) E DO NÚMERO DE ÁRVORES POR HECTARE (b) EM POVOAMENTOS COM E SEM DESBASTE DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....  | 117 |
| FIGURA 28 – VALORES OBSERVADOS VERSUS ESTIMADOS (a), CURVA MÉDIA (b), RESÍDUOS ABSOLUTOS (c) E AVALIAÇÃO DA NORMALIDADE (d) NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DO VOLUME EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....                 | 124 |
| FIGURA 29 – VALORES OBSERVADOS VERSUS ESTIMADOS (a), CURVA MÉDIA (b), RESÍDUOS ABSOLUTOS (c) E AVALIAÇÃO DA NORMALIDADE (d) NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....             | 126 |
| FIGURA 30 – VALORES OBSERVADOS VERSUS ESTIMADOS (a), CURVA MÉDIA (b), RESÍDUOS ABSOLUTOS (c) E AVALIAÇÃO DA NORMALIDADE (d) NO AJUSTE DE EQUAÇÕES PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS COM DESBASTE DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR ..... | 129 |
| FIGURA 31 - PROJEÇÃO DAS CURVAS MÉDIAS DE PRODUÇÃO (a) E DE INCREMENTO EM VOLUME (b) POR CLASSES DE SÍTIO NO AJUSTE SIMULTÂNEO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DE SULLIVAN E CLUTTER PELO ESTIMADOR 3SLS EM POVOAMENTOS DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....                     | 130 |
| FIGURA 32 - PROGNÓSE DA ÁREA BASAL (a) E DO VOLUME (b) NO ÍNDICE DE SÍTIO 2 NO AJUSTE SIMULTÂNEO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DE SULLIVAN E CLUTTER PELO ESTIMADOR 3SLS EM POVOAMENTOS DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....   | 131 |
| FIGURA 33 – SIMULAÇÃO DE DESBASTE EM ÁREA BASAL (a) E VOLUME (b) EM NÍVEL GLOBAL POR MEIO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DE SULLIVAN E CLUTTER AJUSTADO SIMULTANEAMENTE PELO ESTIMADOR 3SLS EM POVOAMENTOS DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....                                 | 132 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| TABELA 1 – ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS VARIÁVEIS HIPNOMÉTRICAS NOS CONJUNTOS DE AJUSTE E VALIDAÇÃO POR CLASSES DE SÍTIO E IDADE EM POVOAMENTOS DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR...   | 37 |
| TABELA 2 - ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS VARIÁVEIS UTILIZADAS PARA A MODELAGEM DA ALTURA DOMINANTE ( $h_{dom}$ ) E DETERMINAÇÃO DO SÍTIO EM POVOAMENTOS DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.  | 37 |
| TABELA 3 - MODELOS ESTATÍSTICOS UTILIZADOS PARA A MODELAGEM E ESTIMATIVA DA ALTURA DOMINANTE .....  | 38 |
| TABELA 4 - MODELOS HIPNOMÉTRICOS PARA A MODELAGEM E ESTIMATIVA DA ALTURA TOTAL .....  | 39 |
| TABELA 5 - FUNÇÕES E CONDIÇÕES DOS ESTIMADORES-M ROBUSTOS UTILIZADOS .....  | 39 |
| TABELA 6 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS MODELOS MELHORES PARA ESTIMATIVA DA ALTURA TOTAL POR CLASSES DE SÍTIO E IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....  | 46 |
| TABELA 7 – COEFICIENTES E SEUS ERROS PADRÃO DAS MELHORES EQUAÇÕES HIPNOMÉTRICAS AJUSTADAS POR OLS E IRLS PARA ESTIMATIVA DA ALTURA TOTAL POR CLASSES DE SÍTIO E IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....                | 47 |
| TABELA 8 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DA EQUAÇÃO DE CURTIS AJUSTADA POR OLS E IRLS NOS SEIS CENÁRIOS AVALIADOS NO PROCEDIMENTO 2 PARA ESTIMATIVA DA ALTURA TOTAL EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....              | 52 |
| TABELA 9 – COEFICIENTES DA REGRESSÃO E SEUS ERROS PADRÕES DA EQUAÇÃO DE CURTIS AJUSTADA POR OLS E IRLS NOS SEIS CENÁRIOS AVALIADOS NO PROCEDIMENTO 2 PARA ESTIMATIVA DA ALTURA TOTAL EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR..... | 53 |
| TABELA 10 – DADOS DE CUBAGEM UTILIZADOS PARA O AJUSTE E VALIDAÇÃO DE FUNÇÕES DE AFILAMENTO E DE VOLUME TOTAL, E DADOS DE INVENTÁRIO FLORESTAL UTILIZADOS  |    |



|   |    |
|---|----|
| PARA AVALIAÇÃO DA INCOMPATIBILIDADE VOLUMÉTRICA EM POVOAMENTOS DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR. ....   | 68 |
| TABELA 11 – ESTATÍSTICA DESCRITIVA DOS DADOS DE CUBAGEM NOS CONJUNTOS DE AJUSTE E VALIDAÇÃO UTILIZADOS PARA A MODELAGEM DO AFILAMENTO E DO VOLUME TOTAL EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....                          | 70 |
| TABELA 12 - FUNÇÕES DE AFILAMENTO E DE VOLUME AJUSTADAS PELO PROCEDIMENTO 1 PARA ESTIMATIVA DO VOLUME TOTAL E DOS $d_i$ POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....                          | 72 |
| TABELA 13 - SISTEMAS DE EQUAÇÕES COMPATÍVEIS AJUSTADOS PELO PROCEDIMENTO 2 PARA A ESTIMATIVA DO VOLUME TOTAL E DOS $d_i$ POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....                         | 74 |
| TABELA 14 - RESUMO DA MANOVA PARA AVALIAÇÃO DO $d_i$ NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE DAS ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....  | 81 |
| TABELA 15 – COEFICIENTES PADRONIZADOS DAS FUNÇÕES DISCRIMINANTES CANÔNICAS E AUTOVALORES PARA AVALIAÇÃO DOS $d_i$ NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR ..... | 82 |
| TABELA 16 - MATRIZ DE ESTRUTURA COM AS CORRELAÇÕES DA ANÁLISE DISCRIMINANTE PARA AVALIAÇÃO DOS $d_i$ NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....               | 83 |
| TABELA 17 - MATRIZ DE CONFUSÃO DA ANÁLISE DISCRIMINANTE PARA AVALIAÇÃO DOS $d_i$ NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....                                  | 83 |
| TABELA 18 - CENTRÓIDES DOS GRUPOS DA ANÁLISE DISCRIMINANTE PARA AVALIAÇÃO DOS $d_i$ NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....                               | 84 |

|   |     |
|---|-----|
| TABELA 19 - ESTATÍSTICAS DAS FUNÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME<br>AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE<br>CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO<br>EQUADOR .....                                    | 87  |
| TABELA 20 - COEFICIENTES DAS EQUAÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME<br>AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE<br>CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO<br>EQUADOR .....                                   | 88  |
| TABELA 21 - ESTATÍSTICAS DAS FUNÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME<br>AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 2 POR GRUPOS DE<br>CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO<br>EQUADOR .....                                    | 93  |
| TABELA 22 - COEFICIENTES DAS FUNÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME<br>AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 2 POR GRUPOS DE<br>CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE <i>O. pyramidale</i> NO<br>EQUADOR .....                                    | 95  |
| TABELA 23 – ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS<br>UTILIZADAS PARA A MODELAGEM DA PRODUÇÃO E DA<br>PROGNOSE EM POVOAMENTOS COM E SEM DESBASTE DE <i>O.</i><br><i>pyramidale</i> NO EQUADOR .....                    | 114 |
| TABELA 24 – MODELOS UTILIZADOS PARA A ESTIMATIVA E PROGNOSE DA<br>ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS DE <i>O.</i><br><i>pyramidale</i> NO EQUADOR .....  | 118 |
| TABELA 25 – RANQUEAMENTO DO DESEMPENHO DAS EQUAÇÕES<br>AJUSTADAS PELOS DISTINTOS ESTIMADORES PARA<br>ESTIMATIVA E PROGNOSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM<br>POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR<br>..... | 121 |
| TABELA 26 - COEFICIENTES DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA<br>E PROGNOSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM<br>POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR<br>.....  | 122 |
| TABELA 27 - ERRO PADRÃO DOS COEFICIENTES E RANQUEAMENTO DOS<br>ESTIMADORES UTILIZADOS NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES PARA   |     |

|   |     |
|---|-----|
| ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR .....  | 123 |
| TABELA 28 – MATRIZ DE CORRELAÇÃO CONTEMPORÂNEA NO AJUSTE DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DE SULLIVAN E CLUTTER PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR ..... | 124 |
| TABELA 29 – AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS COM DESBASTE DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....   | 127 |
| TABELA 30 – COEFICIENTES DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS COM DESBASTE DE <i>O. pyramidale</i> NO EQUADOR.....  | 128 |

## LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

|           |  |
|-----------|--|
| OLS       | - <i>Ordinary Least Squares</i>                |
| IRLS      | - <i>Iteratively Re-weighted Least Squares</i> |
| SUR       | - <i>Seemingly Unrelated Regression</i>        |
| 2SLS      | - <i>Two-stage least-squares</i>               |
| 3SLS      | - <i>Three-stage least-squares</i>             |
| $h_{dom}$ | - Altura dominante                             |
| DAP       | - Diâmetro à altura do peito                   |
| $d_i$     | - Diâmetro da seção do tronco                  |
| $h$       | - Altura total                                 |
| $h_i$     | - Altura da seção do tronco                    |
| $v$       | - Volume                                       |

## LISTA DE SÍMBOLOS

® - marca registrada

$\Sigma$  - somatório de números

$>$  - maior que

$\geq$  - maior ou igual que

$<$  - menor que

$\leq$  - menor ou igual que

$]$  - Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita

$[$  - Intervalo fechado à direita e aberto à esquerda

$\hat{\beta}_i$  - coeficiente beta estimado

$\hat{\alpha}_i$  - coeficiente alfa estimado

$\varepsilon$  - erro estatístico

$\sigma^2$  - variância

## SUMÁRIO

|  |           |
|--|-----------|
| <b>INTRODUÇÃO GERAL .....</b>  | <b>22</b> |
| <b>OBJETIVOS.....</b>  | <b>26</b> |
| <b>HIPÓTESES.....</b>  | <b>26</b> |
| <b>FLUXOGRAMA.....</b>   | <b>28</b> |
| <b>CAPÍTULO 1: MODELAGEM DA RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA DE <i>Ochroma pyramidale</i> POR MEIO DE REGRESSÃO ROBUSTA EM POVOAMENTOS NO EQUADOR.....</b> | <b>29</b> |
| <b>RESUMO.....</b>   | <b>29</b> |
| <b>ABSTRACT.....</b>   | <b>30</b> |
| 1.1 INTRODUÇÃO .....   | 31        |
| 1.2 MATERIAL E MÉTODOS .....   | 33        |
| 1.2.1 Procedimentos implementados para a análise .....   | 33        |
| 1.2.2 Procedimento 1 – modelagem com grande conjunto de dados.....   | 34        |
| 1.2.2.1 Caracterização da área de estudo e coleta e descrição dos dados .....  | 34        |
| 1.2.2.2 Índice de sítio .....  | 37        |
| 1.2.2.3 Relação hipsométrica .....   | 38        |
| 1.2.3 Procedimento 2 – modelagem e análise de sensibilidade com subamostra ....  | 42        |
| 1.2.4 Processamento dos dados .....  | 44        |
| 1.3 RESULTADOS .....   | 44        |
| 1.3.1 Procedimento 1 - modelagem com grande conjunto de dados .....  | 44        |
| 1.3.1.1 Índice de sítio .....  | 44        |
| 1.3.1.2 Relação hipsométrica .....   | 45        |
| 1.3.2 Procedimento 2 - modelagem e análise de sensibilidade com subamostra ....  | 52        |
| 1.4 DISCUSSÃO .....  | 55        |
| 1.4.1 Índice de sítio (procedimento 1) .....   | 55        |
| 1.4.2 Relação hipsométrica (procedimentos 1 e 2) .....   | 57        |
| 1.5 CONCLUSÕES .....   | 60        |
| <b>CAPÍTULO 2: SISTEMAS DE EQUAÇÕES COMPATÍVEIS DE VOLUME E AFILAMENTO DO TRONCO EM ÁRVORES DE <i>Ochroma pyramidale</i> NO EQUADOR.....</b>   | <b>61</b> |
| <b>RESUMO.....</b>   | <b>61</b> |
| <b>ABSTRACT.....</b>   | <b>62</b> |



|   |     |
|---|-----|
| 2.1 INTRODUÇÃO .....  | 64  |
| 2.2. MATERIAL E MÉTODOS .....   | 67  |
| 2.2.1 Caracterização da área de estudo e coleta e descrição dos dados .....   | 67  |
| 2.2.2 Análise da forma do tronco das árvores .....  | 71  |
| 2.2.3 Procedimento 1 – equações de afilamento e volume ajustadas de forma independente.....   | 71  |
| 2.2.4 Procedimento 2 – equações de afilamento e volume ajustadas de forma conjunta a partir de sistemas de equações compatíveis ..... | 73  |
| 2.2.5 Análise multivariada e formação de grupos por classes de idade para a modelagem pelos procedimentos 1 e 2.....                  | 76  |
| 2.2.6 Estatísticas de ajuste, medidas de precisão e processamento dos dados para a modelagem.....                                     | 79  |
| 2.3 RESULTADOS .....  | 80  |
| 2.3.1 Análise da forma do tronco das árvores .....  | 80  |
| 2.3.2 Formação dos grupos em relação à idade dos povoamentos .....  | 81  |
| 2.3.2.1 Análise de variância multivariada .....   | 81  |
| 2.3.2.2 Análise discriminante.....  | 81  |
| 2.3.2.3 Análise de agrupamentos.....  | 86  |
| 2.3.3 Estimativa do volume total por meio de funções de afilamento e de volume ajustadas de forma independente (procedimento 1) ..... | 87  |
| 2.3.4 Incompatibilidade na estimativa do volume total pelas funções de afilamento e de volume ajustadas de forma independente.....    | 91  |
| 2.3.5 Estimativa do volume total por meio de sistemas de equações compatíveis de afilamento e volume (procedimento 2) .....           | 93  |
| 2.4 DISCUSSÃO .....   | 99  |
| 2.4.1 Análise da forma do tronco das árvores .....  | 99  |
| 2.4.2 Formação dos grupos em relação à idade dos povoamentos .....  | 100 |
| 2.4.3 Estimativa do volume por meio de funções de afilamento e de volume ajustadas de forma independente (procedimento 1) .....       | 103 |
| 2.4.4 Estimativa do volume total por meio de sistemas de equações compatíveis de afilamento e volume (procedimento 2) .....           | 104 |
| 2.5 CONCLUSÕES .....  | 106 |

|  |            |
|--|------------|
| <b>CAPÍTULO 3: AJUSTE SIMULTÂNEO DE EQUAÇÕES PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA PRODUÇÃO EM NÍVEL GLOBAL EM POVOAMENTOS DE <i>Ochroma pyramidale</i> NO EQUADOR</b> | <b>108</b> |
| <b>RESUMO</b>  | <b>108</b> |
| <b>ABSTRACT</b>  | <b>109</b> |
| 3.1 INTRODUÇÃO   | 110        |
| 3.2 MATERIAL E MÉTODOS   | 113        |
| 3.2.1 Caracterização da área de estudo e coleta e descrição dos dados  | 113        |
| 3.2.2 Funções e estimadores utilizados   | 117        |
| 3.2.3 Estatísticas de ajuste, medidas de precisão e processamento dos dados  | 119        |
| 3.3 RESULTADOS   | 120        |
| 3.3.1 Procedimento 1 – estimativa e prognose da área basal e do volume em povoamentos sem desbaste   | 120        |
| 3.3.2 Procedimento 2 – estimativa e prognose da área basal e do volume em povoamentos com desbaste   | 127        |
| 3.3.3 Procedimento 3 – Produção, incremento e simulação de desbaste em nível global de povoamentos com e sem desbaste  | 129        |
| 3.4 DISCUSSÃO  | 133        |
| 3.4.1 Procedimento 1 – estimativa e prognose da área basal e do volume em povoamentos sem desbaste   | 133        |
| 3.4.2 Procedimento 2 – estimativa e prognose da área basal e do volume em povoamentos com desbaste   | 134        |
| 3.4.3 Procedimento 3 – Produção, incremento e simulação de desbaste em nível global de povoamentos com e sem desbaste  | 135        |
| 3.5 CONCLUSÕES   | 137        |
| <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>  | <b>139</b> |
| <b>RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>  | <b>141</b> |
| <b>FLUXOGRAMA - RECOMENDAÇÕES</b>  | <b>143</b> |
| <b>REFERÊNCIAS</b>   | <b>144</b> |
| <b>ANEXO 1 – REGISTRO FOTOGRÁFICO DA ESPÉCIE EM PLANTIOS</b>   | <b>155</b> |
| <b>ANEXO 2 – MAPA DE LOCALIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO</b>   | <b>157</b> |
| <b>ANEXO 3 – SCRIPTS PARA O AJUSTE DE MODELOS</b>  | <b>158</b> |

## INTRODUÇÃO GERAL

*Ochroma pyramidale* (Cav. ex Lam.) Urb. – é uma espécie arbórea tropical conhecida popularmente como pau-balsa, pau-de-balsa, balsa, balso ou *balsa wood*, que pertence à família Malvaceae (*Angiosperm Phylogeny Group* - APG IV). Recebe seu nome científico pelo vocábulo grego *Ochros*, que significa amarelo pálido, aludindo à cor de suas flores; e *pyramidale*, pela forma cônica das mesmas (CARDONA; DAVID; HOYOS, 2010).

A espécie, classificada como pioneira, apresenta distribuição natural desde o Sul do México e as Antilhas até o Norte do Brasil e a Bolívia, com árvores de grande porte que podem alcançar 30-40 m de altura, com tronco de 60-120 cm de diâmetro à altura do peito (DAP) e copa de até 40 m de diâmetro a partir dos quinze anos de idade (STEVENSON et al., 2001; LORENZI, 2008; CARDONA; DAVID; HOYOS, 2010; VARÓN; MORALES, 2016). Em plantios, dependendo do material genético, apresenta dominância apical até alcançar aproximadamente 4 a 8 m de altura e, logo, apresenta bifurcação ou trifurcação, em que nem sempre uns dos galhos se torna o principal (ANEXO 1).

Entre as principais características que a diferenciam das outras espécies arbóreas encontram-se seu rápido crescimento (MIDGLEY et al. 2010, CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2019), assim como a baixa densidade da madeira, que pode variar de 0,06 a 0,38 g cm<sup>-3</sup> (VÁSQUEZ-CORREA; RAMÍREZ-ARANGO, 2005; BORREGA; GIBSON, 2015).

A sua madeira é de fácil trabalhabilidade, empregada na fabricação de brinquedos, aeromodelos, maquetes e artesanato. Devido às suas características anatômicas e estruturais, incluída a boa resistência mecânica, é utilizada em nível industrial na fabricação de painéis para moinhos de vento e hélices de torres eólicas, sendo esse último seu principal uso; assim como isolante térmico e acústico na construção de navios, trens e aeronaves e na confecção de boias salva-vidas e equipamentos esportivos (LORENZI, 2008; TRUJILLO, 2009; BORREGA; GIBSON, 2015; PARRA, 2016; VARÓN; MORALES, 2016).

A principal demandada no mercado internacional está na Europa, China e Estados Unidos. Dada sua importância econômica, essa espécie é usada em programas de reflorestamento comerciais e em plantios mistos para a recomposição

de áreas degradadas (LORENZI, 2008; VARÓN; MORALES, 2016; CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2019).

A maioria dos plantios dessa espécie encontra-se localizada no Equador, país com tradição na sua silvicultura e manejo desde a década de 1950, e que detém cerca de 80% da produção mundial, representada em mais de 20 mil hectares entre plantios e florestas por regeneração natural. Papua-Nova Guiné é o segundo maior produtor e detém aproximadamente 4.000 hectares plantados. No caso do Brasil, há aproximadamente 500 hectares plantados principalmente na região de Araraquara – Trabiju, estado de São Paulo.

O ciclo de corte das árvores depende de vários fatores técnicos e financeiros. Barreto (2000), por exemplo, recomendou rotação de seis a sete anos, em que o Incremento Médio Anual (IMA) decresceu e a densidade básica foi maior do que  $0,15 \text{ g cm}^{-3}$ . Trujillo (2009) sugeriu rotação de quatro a seis anos baseado em aspectos técnicos e Cioppo- Morstadt e Carrera-Maridueña (2015) indicaram rotação de cinco anos com base em cálculos financeiros.

A respeito da produção desta espécie, Cañadas-López et al. (2019) relataram no Equador incrementos médios anuais de  $16,3$  a  $39,2 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$  que resultaram em produção de  $81,5$  a  $196 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  com cinco anos de rotação. González-Osorio et al. (2010) e Cioppo-Morstadt (2011) registraram produção de  $150$  e  $250 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ , respectivamente, em rotação de quatro anos. Em Papua Nova Guiné, Midgley et al. (2010) relataram produção de  $180$  a  $400 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  em rotações de cinco anos, dependendo das condições de crescimento e de manejo, chegando inclusive a atingir os  $500 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  em plantios experimentais.

O manejo de pau-balsa envolve distintos fatores que determinam a sua produção, alguns inerentes à espécie e outros de tipo regional (MIDGLEY et al. 2010, CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2019). Embora pau-balsa seja uma espécie amplamente plantada, existem poucos estudos sobre seu crescimento e produção que auxiliem na tomada de decisões para a condução dos povoamentos até a rotação.

Uma característica dos povoamentos da espécie é sua variabilidade nas relações de tamanho das árvores, principalmente em altura e diâmetro à altura do peito, assim como nas relações de tamanho com a idade. Essa variabilidade resulta na presença de valores discrepantes ou *outliers* que influenciam na modelagem dos atributos dendrométricos.

Conforme Montgomery, Peck e Vining (2012), *outliers* podem ser definidos como observações extremas ou discrepantes que diferem consideravelmente das outras que pertencem ao mesmo conjunto de dados. Segundo os mesmos autores, na análise de regressão, resíduos maiores a três ou quatro desvios-padrão da média no domínio do eixo Y da variável dependente, indicam potenciais *outliers*. Dependendo de sua localização no eixo X das variáveis independentes, *outliers* podem ter efeitos moderados a graves no modelo de regressão.

Na análise de regressão, os valores dos coeficientes ou das estatísticas de resumo como a estatística t ou F, o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e o quadrado médio do resíduo, podem ser muito sensíveis aos *outliers* (MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012). O nível de sensibilidade vai depender, entre outros, do tamanho da amostra e da dispersão dos valores extremos em relação ao restante dos dados (KUTNER; NACHTSHEIM; NETER, 2005).

A inclusão ou não de um *outlier*, principalmente em amostras pequenas, pode alterar substancialmente os resultados da análise de regressão (GUJARATI; PORTER, 2011). Contudo, *Outliers* que não correspondam a erros mostrais, não devem ser retirados da amostra (PAPAGEORGIOU; BOUBOULIS; THEODORIDIS, 2015), pois às vezes uma observação incomum é perfeitamente plausível de acontecer, ainda mais se tratando de *O. pyramidale*, uma espécie que apresenta variabilidade e altas taxas de incremento (CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2019).

Devido às características particulares da espécie e a presença de *outliers* nos dados, há necessidade de implementar técnicas estatísticas, algumas delas pouco convencionais na área florestal, que considerem a sua variabilidade e levem a estimativas mais confiáveis de seus atributos como a relação hipsométrica, o índice de sítio, o volume individual e a produção. A estratificação por classes de sítio e idade, representa uma alternativa não apenas para o planejamento das operações de silvicultura e manejo, mas também para o aprimoramento da modelagem do crescimento e da produção.

Modelos de crescimento e produção podem ser definidos como um sistema composto geralmente de equações que se baseiam em relações alométricas, comumente utilizadas no âmbito florestal para predizer atributos dos povoamentos como o volume (VANCLAY, 1994; SANQUETTA, 1996; SCOLFORO, 1998). Dentro dos modelos de produção, os modelos globais, também denominados modelos de

povoamento total são os mais utilizados (EISFELD, 2004; SANTOS, 2012; SANQUETTA et al., 2014; MIRANDA e FIGUEIREDO FILHO, 2016).

Distintos modelos de povoamento são usados para prever o crescimento e produção de plantios sem desbaste entre os quais se destaca o sistema de Equações de Sullivan e Clutter (1972), por ser um dos mais usados no âmbito florestal (SCOLFORO, 2006; SALLES et al., 2012). Dadas as características desse sistema que envolvem o sítio, a idade e a área basal, possui grande potencial para a estimativa e projeção da produção de pau-balsa.

Para o ajuste dos modelos de crescimento e produção em nível de povoamento podem ser utilizados, dependendo da natureza dos mesmos, diversos estimadores de regressão. Para o ajuste independente de modelos lineares, os mínimos quadrados ordinários (*Ordinary Least Squares* – OLS) é o método mais eficiente sempre que atendidos todos os pressupostos da análise de regressão, mas são sensíveis a *outliers* (MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012).

Nos casos em que há violação de alguns dos pressupostos da análise de regressão, principalmente da normalidade, e em conjuntos de dados que apresentam valores discrepantes, o método OLS perde eficiência e pode gerar estimativas tendenciosas e pouco confiáveis. Nesses casos, podem ser aplicadas técnicas como a regressão robusta com distintos estimadores que utilizam funções objetivo para minimizar a influência desses valores discrepantes (ROUSSEEUW, 1984; YOHAI, 1987; YOHAI; ZAMAR, 1988; ALMA, 2011; MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012; YU; YAO, 2017; RAVI et al., 2018; NUGROHO et al., 2020).

Em sistemas de equações, mesmo que os pressupostos da análise de regressão sejam atendidos, o método OLS não é o mais apropriado diante da correlação das variáveis dependentes com o termo de erro (PARRESOL, 1999; 2001). Exemplo disso é o ajuste dos sistemas compatíveis de equações de afilamento e volume (DIÉGUEZ-ARANDA, 2006; ZHAO et al., 2019) e dos sistemas de equações de área basal e volume como o de Sullivan e Clutter (1972).

O ajuste desses sistemas de equações requer estimadores que considerem essa correlação das variáveis dependentes com o termo de erro. Este é o caso das regressões aparentemente não relacionadas ou procedimento SUR (*Seemingly Unrelated Regression* - SUR) idealizado por Zellner (1962) e dos mínimos quadrados em três estágios (3SLS - *Three-stage least-squares*) proposto por Zellner e Theil (1962) e que permite o ajuste simultâneo das equações.



Nesse contexto, e mesmo com a importância comercial e a crescente demanda de madeira de *O. pyramidale* nos mercados internacionais, ainda existem poucos estudos para o aprimoramento da modelagem do crescimento e produção dos povoamentos dessa espécie que apresentam alta variabilidade. Isso justifica a realização desta pesquisa que implementa distintos procedimentos e utiliza técnicas estatísticas diferentes, algumas delas pouco convencionais na área florestal, para estimar com maior acuidade e confiabilidade seus estoques atuais e futuros de madeira.

## OBJETIVOS

O objetivo geral foi avaliar o crescimento e a produção de povoamentos de *Ochroma pyramidale* no Equador, por meio da modelagem dos seus principais atributos dendrométricos. O trabalho foi conduzido em três capítulos, que visaram atender os seguintes objetivos específicos:

- 1) Descrever o comportamento da relação hipsométrica das árvores por classes de sítio por meio da regressão linear tradicional e a regressão robusta na presença de observações discrepantes;
- 2) Analisar a forma das árvores e a compatibilidade das estimativas do volume total individual por meio de sistemas de equações de afilamento e volume ajustados conjuntamente, assim como o agrupamento das observações por técnicas de estatística multivariada; e
- 3) Avaliar a produção e prognose em nível global de povoamentos com e sem desbaste, por meio do ajuste equações de área basal e volume, bem como analisar a adequabilidade do sistema de equações de Sullivan e Clutter (1972) para a simulação de desbaste.

## HIPÓTESES

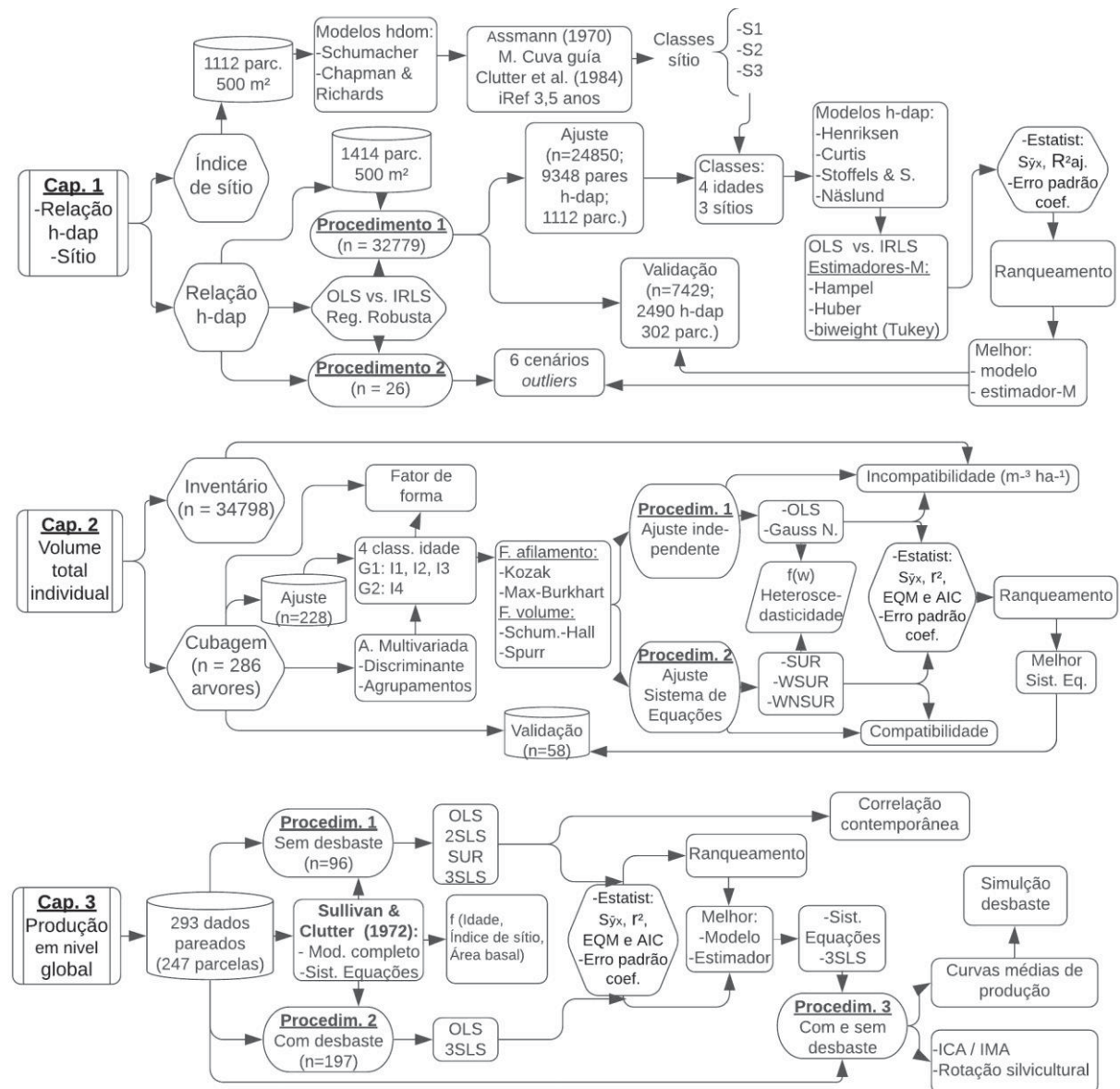
No capítulo 1, verificou-se como hipótese se os estimadores-M robustos são mais apropriados para a modelagem da altura das árvores de *O. pyramidale* por classes de sítio e idade quando comparados com OLS, dado que alguns pares de dados da relação h-DAP se afastam da média devido a variabilidade do crescimento das árvores;

No capítulo 2, as hipóteses testadas foram: i) se os sistemas de equações de afilamento e volume ajustados conjuntamente são mais apropriados para a modelagem do volume total de *O. pyramidale* do que as equações ajustadas de forma independente porque esses sistemas são compatíveis e suas equações são correlacionadas; e ii) se o agrupamento das observações é apropriado para a modelagem, dada a similaridade da alometria em relação à idade das árvores.

No capítulo 3, verificou-se como hipóteses: i) se o sistema de equações de área basal e volume de Sullivan e Clutter (1972) ajustado simultaneamente é mais apropriado para a estimativa e prognose da produção em povoamentos de *O. pyramidale* com e sem desbaste, do que o modelo completo proposto por esses autores, devido à correlação entre o crescimento e a produção; e ii) se a simulação de desbaste combinando as curvas de produção dos povoamentos com e sem desbaste obtidas por esse sistema de equações, é apropriada, dado que o ritmo de crescimento e produção são diferentes sob ambos regimes de manejo.

## FLUXOGRAMA

Para o desenvolvimento da tese, distintos procedimentos e técnicas estatísticas foram utilizadas com a finalidade de aprimorar a modelagem do crescimento e da produção de *O. pyramidale*. O fluxograma abaixo sintetiza os métodos implementados em cada capítulo.



Em que: h é altura total, DAP é diâmetro à altura do peito, parc. é parcelas; n é o número de observações; M. quer dizer método, A. análise e F. funções de; iRef é idade de referência; coef. significa coeficiente; estimador-M são estimadores de máxima verossimilhança; class. é classes; G1 e G2 são grupos; OLS vem de *Ordinary Least Squares* e significa mínimos quadrados ordinários; 2SLS vem de *Two-stage least-squares* e significa mínimos quadrados em dois estágios; SUR vem de *seemingly unrelated regression* e refere-se às regressões aparentemente não relacionadas; em WSUR e WNSUR – w vem de weighted e N vem de non-linear; 3SLS vem de *Three-stage least-squares* e significa mínimos quadrados em três estágios; f vem de função e f(w) quer dizer função de peso; R²aj. é o coeficiente de determinação ajustado; r² correlação linear de Pearson ao quadrado; EQM é o erro quadrático médio; Syx é o erro padrão da estimativa em porcentagem; AIC é o critério de informação de Akaike; Erro padrão coef. é o erro padrão dos coeficientes, Gauss N. quer dizer método de Gauss Newton; Sist. Eq. é sistema de equações; Schum vem de Schumacher; Procedim. quer dizer procedimento; Mod. é de modelo; ICA significa incremento corrente anual e IMA incremento médio anual.

Fluxograma feito em [www.lucidchart.com](http://www.lucidchart.com)

## CAPÍTULO 1: MODELAGEM DA RELAÇÃO HIPSONÉTICA DE *Ochroma pyramidale* POR MEIO DE REGRESSÃO ROBUSTA EM POVOAMENTOS NO EQUADOR

### RESUMO

*Ochroma pyramidale* (Cav. Ex. Lam.) Urb. é uma espécie arbórea tropical com alta demanda de sua madeira no mercado internacional, porém, caracteriza-se por apresentar um alto grau de variação no crescimento. Pesquisadores interessados em modelar a relação hipsométrica das árvores geralmente recorrem ao uso de mínimos quadrados ordinários (*Ordinary Least Squares* - OLS) para o ajuste de modelos lineares, no entanto, esse método é conhecido por sofrer sensibilidade a *outliers*, o que pode levar a estimativas potencialmente tendenciosas. O uso de regressão robusta com mínimos quadrados ponderados iterativamente (*Iteratively Reweighted Least Squares* – IRLS) é uma alternativa para mitigar a influência dos *outliers*. Nesse contexto, o presente capítulo teve como objetivo demonstrar a aplicabilidade de estimadores robustos para melhorar a modelagem das relações hipsométricas de *O. pyramidale*, estratificando os dados por classes de índice de sítio e idade. No procedimento 1 - utilizou-se um conjunto de dados de inventário florestal coletado em plantios no Equador ( $n = 32279$ ) com idade entre 1,1 e 4,8 anos, o qual foi dividido em amostras para ajuste e validação das equações. No procedimento 2 - uma análise de sensibilidade com seis cenários contendo *outliers* foi realizada utilizando uma subamostra ( $n = 26$ ). Os resultados indicam que em grandes conjuntos de dados (procedimento 1), OLS e IRLS com estimadores-M resultam em estatísticas de ajuste e precisão semelhantes, embora, os métodos de regressão robustos possam fornecer estimativas mais eficientes. A análise de sensibilidade a partir de uma subamostra (procedimento 2), revelou que o método OLS apresenta as melhores estatísticas de exatidão, particularmente do erro padrão de estimativa, contudo, apresenta os maiores valores do erro padrão dos coeficientes e leva a estimativas menos confiáveis. O ajuste por IRLS com estimadores-M robustos é menos afetado por *outliers* e apresenta coeficientes com menor erro padrão, embora possa ser menos acurado que OLS. No geral, recomenda-se o uso de IRLS com estimadores-M robustos para estimativas mais consistentes da relação hipsométrica de espécies arbóreas que apresentem alta variação de crescimento como *O. pyramidale*.

**Palavras-chave:** regressão; métodos robustos; Estimadores-M; curvas de índice de sítio; pau-balsa

## MODELING HEIGHT-DIAMETER RELATIONSHIP OF *Ochroma pyramidale* STANDS IN ECUADOR BY MEANS OF ROBUST REGRESSION

### ABSTRACT

*Ochroma pyramidale* (Cav. Ex. Lam.) Urb. is tropical tree species with large planted areas due to the high demand for its wood in the international market, however, is characterized by high variation in growth. Researchers interested in modeling the height-diameter relationship of trees often use Ordinary Least Squares (OLS) for the fit of linear models, however, this method is known for the sensitivity to outliers, which can lead to potentially biased predictions. The use of robust regression with Iteratively Re-weighted Least Squares (IRLS) is an alternative to mitigate the influence of outliers. In this context, this research aimed to demonstrate the applicability of robust estimators to improve the modeling of height–diameter relationships of *O. pyramidale*, stratifying the dataset by site index and height classes. In procedure 1 - a forest inventory data set collected from stands in Ecuador ( $n = 32279$ ) with ages between 1.1 and 4.8 years was used, which was divided into fitting and validation datasets. In procedure 2 - A sensitivity analysis with six scenarios and outliers was performed using a sub-sample ( $n = 26$ ). The results showed that in large datasets (procedure 1), OLS and IRLS with M-estimators result in similar fit statistics and accuracy, although robust regression methods can provide more efficient predictions. The sensitivity analysis from a sub-sample (procedure 2) showed that the OLS method have the best statistics of accuracy, particularly of standard error of estimate, however, it presents the highest values of standard error of coefficients and leads to less reliable predictions. Fits by IRLS with robust-M estimators is less affected by outliers values and presents coefficients with lower standard error, although it may be less accurate than OLS. In general, it is recommended to use IRLS with robust M-estimators for more consistent predictions of the height-diameter relationship of tree species with high growth variation such as *O. pyramidale*.

**Keywords:** regression; robust methods; M-estimators; site index curves; balsa-tree

## 1.1 INTRODUÇÃO

*Ochroma pyramidale* (Cav. ex Lam.) Urb. é uma espécie arbórea tropical que se caracteriza por apresentar altas taxas de incremento em DAP e altura, as quais são, inclusive, maiores quando comparadas com outras espécies de rápido crescimento comumente plantadas, como as do gênero *Eucalyptus* (STAPE et al., 2010; SCHRÖDER; PEREIRA; HOFIÇO, 2013; GADELHA et al., 2015).

A característica de rápido crescimento da espécie permite realizar o corte raso dos plantios com três a cinco anos de idade (CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2016; 2019), mas contribui para a variabilidade das árvores em povoamentos equiâneos. Essa variabilidade no crescimento das árvores está relacionada com diversos fatores como as características genéticas, as condições edafoclimáticas e as práticas de manejo florestal (STAPE et al., 2010).

A competição e o favorecimento de algumas árvores na disponibilidade de recursos como água, luz e nutrientes em relação às vizinhas, mesmo que seja em períodos curtos (meses), fazem com que elas se destaquem no crescimento em relação as competidoras (KNOWE, 1994), o que aumenta a variabilidade. A susceptibilidade da espécie ao ataque de algumas pragas e doenças (MIDGLEY et al. 2010), também é um fator que pode contribuir para essa variabilidade.

Quanto ao manejo de *O. pyramidale*, há poucas informações disponíveis na literatura que relatem o comportamento da relação hipsométrica dessa espécie por classes de sítio e idade. A dinâmica dos povoamentos e as características individuais das árvores estão intimamente ligadas ao sítio, cuja capacidade produtiva pode ser avaliada por meio da altura dominante das árvores ( $h_{dom}$ ) (SCHUCHOVSKI; ARCE; OLIVEIRA, 2019; SHARMA et al., 2019). O conhecimento desses atributos torna-se necessário para o gerenciamento dos povoamentos da espécie em estudo, o qual precisa de informações confiáveis (CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2016; 2019).

A relação hipsométrica descreve a relação da altura total das árvores com seu DAP, duas variáveis muito importantes na biometria florestal e na sua modelagem matemática. Essa relação não é apenas utilizada para caracterizar a estrutura vertical dos povoamentos, mas também é fundamental para aplicação de muitos modelos de crescimento e produção (STANKOVA; DIÉGUEZ-ARANDA, 2011).

Devido aos custos de medir em campo a altura de todas as árvores, é comum o uso de modelos hipsométricos, lineares e não lineares, para complementar as



informações de inventário florestal (CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2016; NICOLETTI et al., 2016; STOLLE et al., 2018). A modelagem pode ser realizada por classes de sítio e / ou classes de idade para melhorar as estimativas.

O método dos mínimos quadrados ordinários (*Ordinary Least Squares* - OLS) é o mais amplamente utilizado para o ajuste de modelos estatísticos lineares. Montgomery, Peck e Vining (2012) salientaram a importância da distribuição dos dados para aplicação do método OLS, particularmente na variável independente, pois todos os valores recebem igual peso durante o ajuste e cada um deles pode afetar a relação entre as variáveis dependentes e as independentes.

Adicionalmente, é importante ressaltar a sensibilidade de OLS a observações discrepantes, ao ponto que um único valor distante da nuvem de pontos pode influenciar no ajuste dos modelos e, conseqüentemente, nas estimativas (YU; YAO, 2017; NUGROHO et al., 2020).

Nesse contexto, o presente estudo é motivado pela necessidade de aprimorar a modelagem e estimativas da relação hipsométrica de *O. pyramidale* na presença de valores discrepantes ou *outliers*, considerando métodos de regressão que melhorem a eficiência no ajuste de modelos lineares.

Nesse contexto, pode ser utilizada a regressão robusta amplamente conhecida por mitigar a influência de observações discrepantes (ALMA, 2011), a qual foi fundamentada por Huber (1964) com contínuo desenvolvimento por meio de diversos outros autores como Hampel (1974), Rousseeuw (1984), Yohai (1987), Yohai e Zamar (1988), Maronna e Yohai (2000), Aelst, Willems e Zamar (2013), entre outros.

Ao longo de mais de meio século de desenvolvimento, diversos estimadores robustos foram propostos. Destacam-se os estimadores de máxima verossimilhança (M), os estimadores de máxima verossimilhança modificados (MM), os Estimadores-M generalizados (GM), os mínimos quadrados da mediana (LMS), os mínimos quadrados truncados (LTS), os estimadores de escala (S), os estimadores de escala generalizados (GS) e os estimadores de mínimos quadrados ponderados, robustos e eficientes (REWLSE), cada um com suas características particulares (ALMA, 2011; YU; YAO, 2017; RAVI et al., 2018).

Na presente pesquisa foram aplicados os estimadores M propostos por Huber (1964), os quais se caracterizam por utilizar uma função de verossimilhança para minimizar o erro (LOH et al., 2017, NUGROHO et al., 2020).

O ajuste dos modelos com a regressão robusta pode ser realizado por mínimos quadrados ponderados iterativamente (*Iteratively Re-weighted Least Squares* – IRLS), nos quais, pesos são aplicados às observações por meio de funções de minimização, visando reduzir a influência de *outliers* durante o ajuste de modelos cujos resíduos não atenderam aos pressupostos da análise de regressão linear, principalmente o da normalidade (CUNHA; MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2002; ALEGRIA, 2011).

Diante disso, este trabalho teve como objetivo geral descrever o comportamento da relação hipsométrica de *Ochroma pyramidale* por classes de sítio e idade por meio da regressão linear tradicional e da regressão robusta na presença de *outliers*. Os objetivos específicos foram:

- i) Avaliar a modelagem da relação hipsométrica por classes de sítio e idade em árvores de *O. pyramidale* no Equador;
- ii) Comparar os métodos de regressão OLS e IRLS com Estimadores-M robustos, por meio do desempenho de quatro modelos hipsométricos lineares, empregando um grande conjunto de dados ( $n = 32.279$ ) para ajuste e validação das equações (procedimento 1) e uma subamostra ( $n = 26$ ) para representar cenários hipotéticos contendo *outliers* (procedimento 2); e
- iii) Avaliar a consistência de comparar os métodos de regressão OLS e IRLS com Estimadores-M com base em estatísticas de ajuste e precisão.

Como hipótese, verificou-se se os estimadores-M robustos por IRLS são mais apropriados para a modelagem da altura das árvores de *O. pyramidale* por classes de sítio e idade quando comparados com OLS, dado que alguns pares de dados da relação h-DAP se afastam da média devido a variabilidade do crescimento das árvores da espécie.

## 1.2 MATERIAL E MÉTODOS

### 1.2.1 Procedimentos implementados para a análise

A análise para comparar o desempenho dos métodos de regressão OLS e IRLS com Estimadores-M na modelagem da relação hipsométrica foi estruturada em dois procedimentos. Ao longo do texto, o uso de IRLS deve ser sempre associado com os Estimadores-M.

No procedimento 1, foi realizada a modelagem da relação hipsométrica de *O. pyramidale* por classes de sítio e idade, aplicando ambos métodos de regressão. Utilizou-se um conjunto de dados de inventário contínuo ( $n = 32279$ ) que foi dividido para o ajuste ( $n = 24850$ ) e validação das equações ( $n = 7429$ ).

No procedimento 2, utilizou-se uma subamostra ( $n = 26$ ) do conjunto de dados de inventário contínuo para realizar uma análise de sensibilidade em seis cenários hipotéticos contendo *outliers*, variando sistematicamente o arranjo ou posicionamento dos valores discrepantes. Buscou-se com isso avaliar e comparar o efeito dos *outliers* no ajuste por OLS e IRLS com Estimadores-M, utilizando o modelo que apresentou melhor desempenho no procedimento 1.

## 1.2.2 Procedimento 1 – modelagem com grande conjunto de dados

### 1.2.2.1 Caracterização da área de estudo e coleta e descrição dos dados

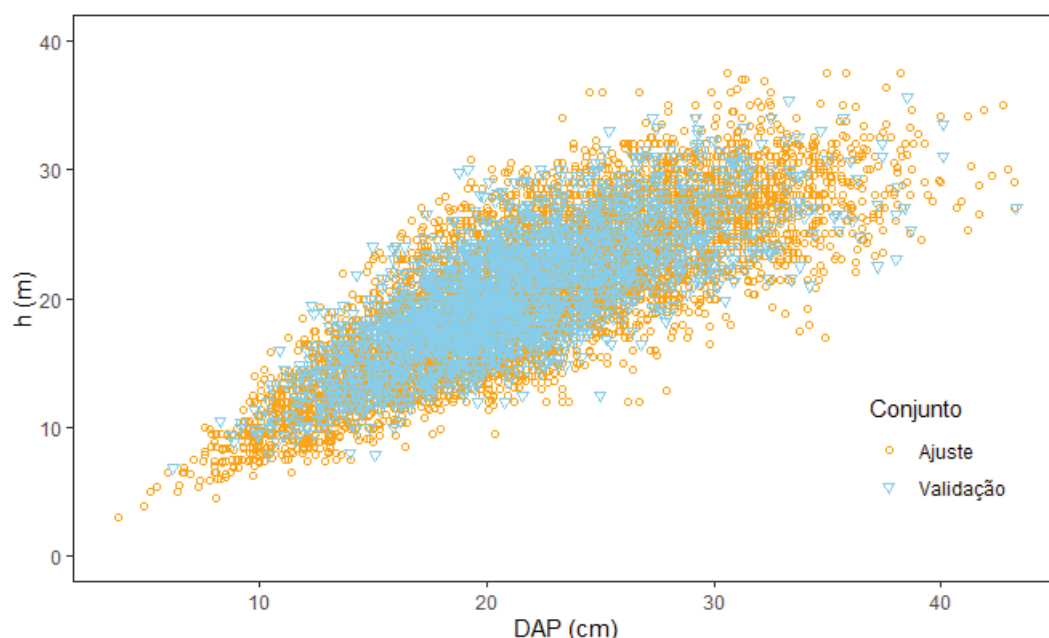
A coleta de dados foi efetuada no Equador numa região configurada por cinco províncias das regiões Sierra e Costa do Equador: Los Ríos, Cotopaxi, Guayas, Manabí e Santo Domingo de Tsachilas (ANEXO 2). Os povoamentos de *O. pyramidale* em estudo, estão distribuídos em aproximadamente 100 fazendas propriedade da empresa PLANTABAL S.A.-3ACOREMATERIALS®, cuja altitude varia de 75 a 500 m s.n.m.

De acordo com a classificação de Holdridge, a região está situada nas zonas de vida Bosque Seco Tropical (bs-T) e Bosque Úmido Tropical (bh-T), com medias anuais de 800 a 3000 mm de precipitação, 25 °C de temperatura e 85% de umidade do ar (CAÑADAS et al., 2019). A topografia é irregular e os solos são compostos principalmente de silte e argila com pH em torno de 6,5 a 7,0 (CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2019; GONZÁLEZ-OSORIO et al., 2010).

Os dados foram coletados em parcelas permanentes de 500 m<sup>2</sup> e mensuradas as variáveis circunferência à altura do peito (CAP), a qual foi convertida para diâmetro à altura do peito (DAP), medida a 1,3 m do solo (cm) em todas as árvores, assim como a altura total (m) de aproximadamente 30% das árvores e a altura dominante -  $h_{dom}$  (m) das 100 árvores com maior DAP por hectare, conforme o princípio de Assmann (1970). O CAP foi mensurado com fita diamétrica e as alturas com o hipsómetro Haglöf®.

Foram utilizadas informações de 1414 parcelas permanentes e 32279 observações, divididas em dois conjuntos de dados denominados: conjunto de ajuste e conjunto de validação. O conjunto de ajuste contém informações de 1112 parcelas permanentes e 24850 observações de árvores em idades de 1,1 a 4,8 anos, das quais, 9348 possuem informações pareadas de DAP e h. O conjunto de validação contém informações de 302 parcelas e 7429 observações de árvores em idades de 1,1 a 4,7 anos, das quais 2490 possuem medidas pareadas de DAP e h. A dispersão dos dados de ambos conjuntos é apresentada na Figura 1.

FIGURA 1 - DISPERSÃO DO DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO (DAP) E DA ALTURA TOTAL (H) NOS CONJUNTOS DE DADOS DE AJUSTE E VALIDAÇÃO UTILIZADOS PARA A MODELAGEM DA RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

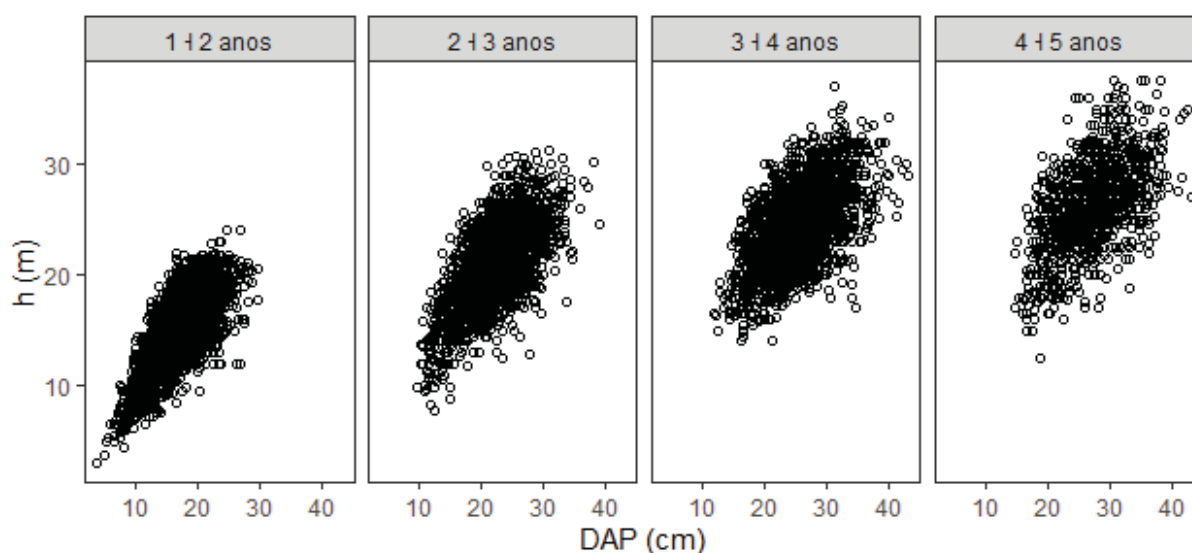
O conjunto de dados foi estratificado da seguinte forma:

- (i) estratificação em classes de idade. As árvores dos povoamentos amostrados apresentaram idade entre 1,1 e 4,8 anos e devido a isso, determinou-se que as classes de idade não devem incluir intervalos maiores que um ano. Dessa forma, quatro classes de idade foram determinadas (1 + 2, 2 + 3, 3 + 4 e 4 + 5 anos);
- (ii) estratificação em classes sítio. De forma semelhante à idade, e com base na amplitude da altura dominante -  $h_{dom}$  (8,6 a 36,9 m), três classes de sítio (I, II e III) foram predefinidas. Realizou-se a modelagem da altura dominante e utilizou-se curvas

de sítio para a classificação das parcelas nas três classes de produtividade, as quais foram utilizadas na modelagem da relação hipsométrica.

Ao estratificar o conjunto de ajuste por classes de idade, percebe-se a dispersão das observações de DAP e  $h$ , assim como a presença de valores extremos com alguns possíveis *outliers* (Figura 2). É importante destacar a variabilidade das observações, mesmo em curtos períodos de tempo (um ano), com amplitude na variável altura superior a 20 m em todos os casos.

FIGURA 2 - DISPERSÃO DO DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO (DAP) E DA ALTURA TOTAL ( $h$ ) POR CLASSES DE IDADE.



FONTE: O autor (2020).

As principais estatísticas descritivas das variáveis DAP e  $h$  para ambos conjuntos de dados são apresentadas na TABELA 1. Como esperado, o coeficiente de variação (CV%) é maior quando consideradas todas as observações (geral), mas também na estratificação por classe de sítio. No conjunto de dados de validação não foi necessário realizar a classificação de sítio porque utilizou-se a melhor equação geral sem estratificações, e por conta disso algumas linhas da TABELA 1 foram excluídas.

TABELA 1 – ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS VARIÁVEIS HIPSONOMÉTRICAS NOS CONJUNTOS DE AJUSTE E VALIDAÇÃO POR CLASSES DE SÍTIO E IDADE EM POVOAMENTOS DE *O. pyramidalis* NO EQUADOR

| Classe    |          | Conjunto de ajuste |      |      |      |      | Conjunto de validação |      |      |      |      |
|-----------|----------|--------------------|------|------|------|------|-----------------------|------|------|------|------|
|           |          | n                  | Min. | Med. | Max. | CV%  | n                     | Min. | Med. | Max. | CV%  |
| DAP       |          |                    |      |      |      |      |                       |      |      |      |      |
| Idade I   | 1 + 2 a. | 3.514              | 3,8  | 17,4 | 29,8 | 21,3 | 975                   | 6,2  | 18,0 | 27,7 | 18,4 |
| Idade II  | 2 + 3 a. | 2.663              | 9,8  | 22,2 | 39,1 | 19,3 | 716                   | 9,8  | 21,7 | 36,0 | 19,1 |
| Idade III | 3 + 4 a. | 2.153              | 11,8 | 25,6 | 43,2 | 19,7 | 487                   | 10,9 | 24,0 | 43,3 | 20,0 |
| Idade IV  | 4 + 5 a. | 1.018              | 14,7 | 27,1 | 43,2 | 19,7 | 312                   | 13,5 | 25,0 | 40,1 | 20,4 |
| Geral     | 1 + 5 a. | 9.348              | 3,8  | 21,7 | 43,2 | 26,7 | 2.490                 | 6,2  | 21,1 | 43,3 | 23,4 |
| Sítio I   | 30 m     | 2.997              | 10,0 | 23,0 | 43,2 | 24,4 |                       |      |      |      |      |
| Sítio II  | 25 m     | 4.508              | 7,1  | 22,1 | 43,2 | 24,6 |                       |      |      |      |      |
| Sítio III | 20 m     | 1.843              | 3,8  | 18,6 | 37,4 | 30,0 |                       |      |      |      |      |
| h         |          |                    |      |      |      |      |                       |      |      |      |      |
| Idade I   | 1 + 2 a. | 3.514              | 3,0  | 15,3 | 24,0 | 19,9 | 975                   | 6,8  | 16,3 | 24,5 | 16,4 |
| Idade II  | 2 + 3 a. | 2.663              | 7,8  | 21,0 | 31,2 | 16,3 | 716                   | 9,3  | 21,2 | 31,0 | 16,5 |
| Idade III | 3 + 4 a. | 2.153              | 14,0 | 24,5 | 37,0 | 14,7 | 487                   | 14,3 | 23,6 | 33,3 | 14,2 |
| Idade IV  | 4 + 5 a. | 1.018              | 12,5 | 26,3 | 37,5 | 15,6 | 312                   | 11,8 | 24,6 | 35,7 | 17,0 |
| Geral     | 1 + 5 a. | 9.348              | 3,0  | 20,2 | 37,5 | 26,7 | 2.490                 | 6,8  | 20,2 | 35,7 | 23,1 |
| Sítio I   | 30 m     | 2.997              | 9,5  | 22,7 | 37,5 | 23,6 |                       |      |      |      |      |
| Sítio II  | 25 m     | 4.508              | 7,2  | 20,3 | 34,0 | 22,3 |                       |      |      |      |      |
| Sítio III | 20 m     | 1.843              | 3,0  | 15,9 | 31,7 | 29,2 |                       |      |      |      |      |

Em que: DAP é o diâmetro à altura do peito (cm); h é a altura total (m); s é o desvio padrão ( $\pm$ ); CV significa coeficiente de variação em percentual.

FONTE: O autor (2020).

### 1.2.2.2 Índice de sítio

Para avaliar o efeito do índice de sítio na relação hipsométrica, foram utilizadas 1112 parcelas permanentes do conjunto de dados de ajuste, nas quais foi medida a altura dominante -  $h_{dom}$  (m) das 100 maiores árvores por hectare, conforme o princípio de Assmann (1970). As estatísticas descritivas das variáveis  $h_{dom}$  e idade utilizadas para a modelagem do índice de sítio estão apresentadas na TABELA 2.

TABELA 2 - ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS VARIÁVEIS UTILIZADAS PARA A MODELAGEM DA ALTURA DOMINANTE ( $h_{dom}$ ) E DETERMINAÇÃO DO SÍTIO EM POVOAMENTOS DE *O. pyramidalis* NO EQUADOR.

| Variável  | n    | Mínimo | Média | Máximo | s   | CV%  |
|-----------|------|--------|-------|--------|-----|------|
| $h_{dom}$ | 1112 | 8,6    | 22,3  | 36,9   | 5,2 | 23,1 |
| Idade     |      | 1,1    | 2,7   | 4,8    | 1,0 | 35,5 |

Em que: DAP é o diâmetro à altura do peito (cm);  $h_{dom}$  significa altura dominante (m); s é o desvio padrão ( $\pm$ ); CV% é o coeficiente de variação em percentagem.

FONTE: O autor (2020).

Para a determinação do índice de sítio e a subsequente classificação das parcelas, foram utilizados dois modelos estatísticos para estimar  $h_{dom}$  em função da idade, sendo um linear (1) ajustado por OLS e outro não linear (2) ajustado pelo método de máxima verossimilhança com o algoritmo de Gauss-Newton (TABELA 3).

TABELA 3 - MODELOS ESTATÍSTICOS UTILIZADOS PARA A MODELAGEM E ESTIMATIVA DA ALTURA DOMINANTE

| Autor              | Modelo  |     |
|--------------------|---|-----|
| Schumacher         | $\ln(h_{dom}) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \left(\frac{1}{I}\right) + \varepsilon$ | (1) |
| Chapman e Richards | $h_{dom} = \hat{\beta}_0 (1 - e^{-\hat{\beta}_1 I})^{\hat{\beta}_2} + \varepsilon$    | (2) |

Em que:  $h_{dom}$  é altura dominante (m);  $I$  significa Idade (anos);  $\varepsilon$  significa erro estatístico e  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_2$  são os coeficientes da regressão.

FONTE: O autor (2020).

A seleção do melhor modelo para estimativa de  $h_{dom}$  baseou-se na análise das seguintes estatísticas: coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj.}$ ), erro padrão de estimativa em porcentagem ( $S_{yx}\%$ ) e análise gráfica dos resíduos. No caso do modelo (1) que possui transformação logarítmica, foi aplicado o fator de correção Meyer (1941) nas estimativas de  $h_{dom}$  e recalculado o  $S_{yx}\%$ .

Uma vez selecionado o melhor modelo para estimativa de  $h_{dom}$ , foi implementado o método da curva guia proposto por Clutter et al. (1983) para calcular as curvas de sítio nas três classes pré-definidas, utilizando como idade de referência ( $i_{Ref}$ ) 3,5 anos por estar próxima da idade de rotação silvicultural indicada para a espécie entre 3 a 5 anos (CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2019).

### 1.2.2.3 Relação hipsométrica

Foram ajustados quatro modelos hipsométricos clássicos na literatura florestal (TABELA 4), todos lineares, mas com características distintas. Esses modelos foram ajustados em três situações diferentes: (i) utilizando todas as observações (geral); (ii) estratificando por classe de idade; e (iii) estratificando por índice de sítio. Dessa forma, determinou-se o modelo mais apropriado para estimar as alturas em cada situação.



TABELA 4 - MODELOS HIPSONOMÉTRICOS PARA A MODELAGEM E ESTIMATIVA DA ALTURA TOTAL

| Autor (ano)             | Modelo  |     |
|-------------------------|---|-----|
| Henriksen (1950)        | $h = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \ln(\text{DAP}) + \varepsilon$                                 | (3) |
| Curtis (1967)           | $\ln h = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 1/(\text{DAP}) + \varepsilon$                              | (4) |
| Stoffels e Soest (1953) | $\ln h = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \ln(\text{DAP}) + \varepsilon$                             | (5) |
| Näslund (1936)          | $\sqrt[2]{(\text{DAP}^2/(\ln h - 1,3))} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \text{DAP} + \varepsilon$ | (6) |

Em que: h é altura total (m); DAP é o diâmetro à altura do peito (cm), ( $\varepsilon$ ) é erro estatístico, e  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_2$  são os coeficientes da regressão.

FONTE: O autor (2020).

O ajuste dos modelos hipsométricos foi realizado pelo método dos mínimos quadrados ordinários (*Ordinary Least Squares* - OLS) e regressão robusta por mínimos quadrados ponderados iterativamente (*Iteratively Re-weighted Least Squares* - IRLS). Para o ajuste por IRLS, três estimadores de máxima verossimilhança (Estimadores-M) foram testados: Huber, Hampel e *Biweight* (Tukey). As funções objetivo e as funções de peso desses Estimadores-M são descritas na TABELA 5.

TABELA 5 - FUNÇÕES E CONDIÇÕES DOS ESTIMADORES-M ROBUSTOS UTILZADOS

| Estimador               | Função objetivo p(e)   | Função peso w(e)                                    | Condição              |      |
|-------------------------|--|---|-----------------------|------|
| OLS                     | $e^2$  | 1   |                       |      |
| Huber                   | $\frac{e^2}{2}$  | 1   | Para $ r  \leq k$     | (7)  |
|                         | $k e  - \frac{k^2}{2}$   | $k/ e $   | Para $ r  > k$        | (8)  |
| <i>Biweight</i> (Tukey) | $\frac{k^2}{6} \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{e}{k} \right)^2 \right]^3 \right\}$ | $\left[ 1 - \left( \frac{e}{k} \right)^2 \right]^2$ | Para $ r  \leq k$     | (9)  |
|                         | $\frac{k^2}{6}$  | 0   | Para $ r  > k$        | (10) |
| Hampel                  | $\frac{e^2}{2}$  | 1   | Para $ r  \leq a$     | (11) |
|                         | $a e  - \frac{a^2}{2}$   | $\frac{a}{ e }$                                     | Para $a <  r  \leq b$ | (12) |
|                         | $\frac{a \left( c e  - \frac{e^2}{2} \right)}{c - b} - \frac{7}{6} a^2$                | $\frac{a(c -  e )}{ e (c - b)}$                     | Para $b <  r  \leq c$ | (13) |
|                         | $a(b + c - a)$   | 0   | Para $ r  > c$        | (14) |

Em que: k é a constante que determina o ponto de quebra (breakdown-point); a=1,7, b=3,4, c=8,5; e r significa erro ou resíduo.

FONTE: Montgomery, Peck e Vining (2012)

Os possíveis valores de  $k$  dos estimadores Huber e *biweight*, e de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  do estimador de Hampel, condicionaram qual a função de peso que deve ser aplicada em cada resíduo. No primeiro caso, valores pequenos de  $k$  penalizam mais os *outliers*, porém, reduzem a acuidade quando os resíduos são normalmente distribuídos. Por causa disso, sugere-se aplicar  $k = 1,345$  que garante ao estimador robusto uma perda de eficiência de no máximo 5% em relação ao ajuste por OLS (ROUSSEEUW, 1984; YOHAI; ZAMAR, 1988; YU; YAO, 2017).

Avaliou-se a consistência de comparar os métodos de regressão OLS e IRLS com Estimadores-M com base em estatísticas de ajuste e precisão utilizadas na avaliação do índice de sítio:  $R^2_{aj.}$ ,  $S_{yx}\%$  e análise gráfica dos resíduos. Nos modelos hipsométricos (4) e (5) com transformação logarítmica, foi aplicado o fator de correção Meyer (1941) nas estimativas de  $h$  e recalculado o  $S_{yx}\%$ . Utilizou-se o erro padrão dos coeficientes das equações ajustadas como medida de eficiência.

O ranqueamento das equações hipsométricas ajustadas por classes de sítio e idade foi realizado, primeiro, com base na sua acuidade, para o qual foi quantificada a mudança relativa do  $S_{yx}$  e, logo, com base na eficiência por meio do erro padrão dos coeficientes. Com base nesse ranqueamento, foram comparados os métodos de regressão OLS e IRLS.

Para a verificação dos pressupostos da análise de regressão, foi utilizado o teste de Lilliefors (1967) - D com 95% de probabilidade para avaliar a normalidade, bem como aplicada a análise gráfica mediante o histograma de frequências e a superposição da curva teórica de normalidade construída a partir da média e do desvio padrão dos resíduos obtidos pelo ajuste dos modelos a partir da amostra.

O teste de Lilliefors (1967), conforme o autor, corresponde à modificação do teste de Kolmogorov-Smirnov para os casos em que a média e desvio padrão não são conhecidos. Utiliza a estatística D, que mede a diferença máxima absoluta entre a função de distribuição acumulada empírica e a teórica.

A estatística D do teste de Lilliefors está dada por  $D = \max_x |F^*(X) - S_N(X)|$ ; em que  $S_N(X)$  é a função de distribuição acumulada da amostra e  $F^*(X)$  é a função de distribuição normal com média  $\mu = \bar{X}$  e variância  $\sigma^2 = S^2$ , definida com denominador  $n - 1$ . Se o valor de D ultrapassa os valores críticos tabelados definidos pelo autor, rejeita-se a hipótese de normalidade.

O teste de Lilliefors aplica-se em amostras de tamanho médio e grande, porém, pode ser sensível a *outliers* como ocorre com outros testes (SACULINGGAN; BALASE, 2013). No caso em que a hipótese de normalidade for rejeitada mas se tem amostras grandes, pode ser aplicada a teoria assintótica com base no teorema central do limite, para demonstrar que à medida que o tamanho da amostra ( $n$ ) cresce indefinidamente, a média da amostra tende a ser normalmente distribuída com  $\mu$  e  $\sigma^2/n$  (GUJARATI; PORTER, 2011). Dessa forma pode ser justificada a normalidade do termo do erro em grandes amostras.

Para avaliar a homoscedasticidade, foi utilizado o teste de Breusch e Pagan (1979) – BP com 95% de probabilidade. Esse teste se baseia no multiplicador de Lagrange (LM) com a hipótese  $\sigma_i^2 = \sigma^2 f(\alpha_0 + \alpha' z_i)$ ; em que  $z_i$  é um vetor de variáveis independentes e  $\alpha$  a probabilidade. O modelo é homoscedástico se  $\alpha = 0$ .

Conforme Greene et al. (2012), a aplicação do teste Breusch e Pagan (1979) pode ser realizado com uma regressão simples de  $LM = \frac{1}{2} SQR$  explicados na regressão de  $e_i^2/(e'e/n)$  em  $z_i$ ; em que SQR é a soma de quadrados do resíduo,  $e$  é o erro e  $n$  o tamanho da amostra. Computacionalmente, a regressão seria para  $LM = \frac{1}{2} [g'Z(Z'Z)^{-1}Z'g]$ ; em que  $g = (e_i^2/(e'e/n) - 1)$  e  $Z = n \times P$  matrizes de observações. Este teste é sensível à hipótese da normalidade (GUJARATI; PORTER, 2011).

Os gráficos de resíduos padronizados foram analisados, e complementou-se a análise com o coeficiente de variação dos dados em porcentagem (CV%) e com avaliação da significância dos coeficientes da regressão pelo teste *t-student* com 95% de probabilidade.

Após selecionar o melhor modelo ajustado aos dados geral, validou-se a sua equação. Para isso, foi separado um conjunto de dados dependente com 2490 observações (~20%) e verificou-se a hipótese que as estimativas por IRLS com estimadores-M robustos não diferem dos valores observados, por meio do teste de qui-quadrado ( $X^2$ ) com 95% de probabilidade. Complementou-se a análise com o histograma de densidade suavizado, aplicando a distribuição de Kernel aos dados observados e estimados por meio da função *geom\_density* do pacote *ggplot2*.

Os dados para validação foram selecionados para serem dependentes e não pertencem a povoamentos localizados em outras regiões, pois a generalidade das equações não é o foco deste estudo, sendo que o principal propósito foi

demonstrar empiricamente a aplicabilidade da regressão robusta a espécies como pau-balsa que se caracterizam pela alta variabilidade. Contudo, é importante mencionar que a região de amostragem detém a maior parte dos povoamentos de *O. pyramidale* existentes no mundo, portanto, os resultados e as equações geradas têm representatividade suficiente.

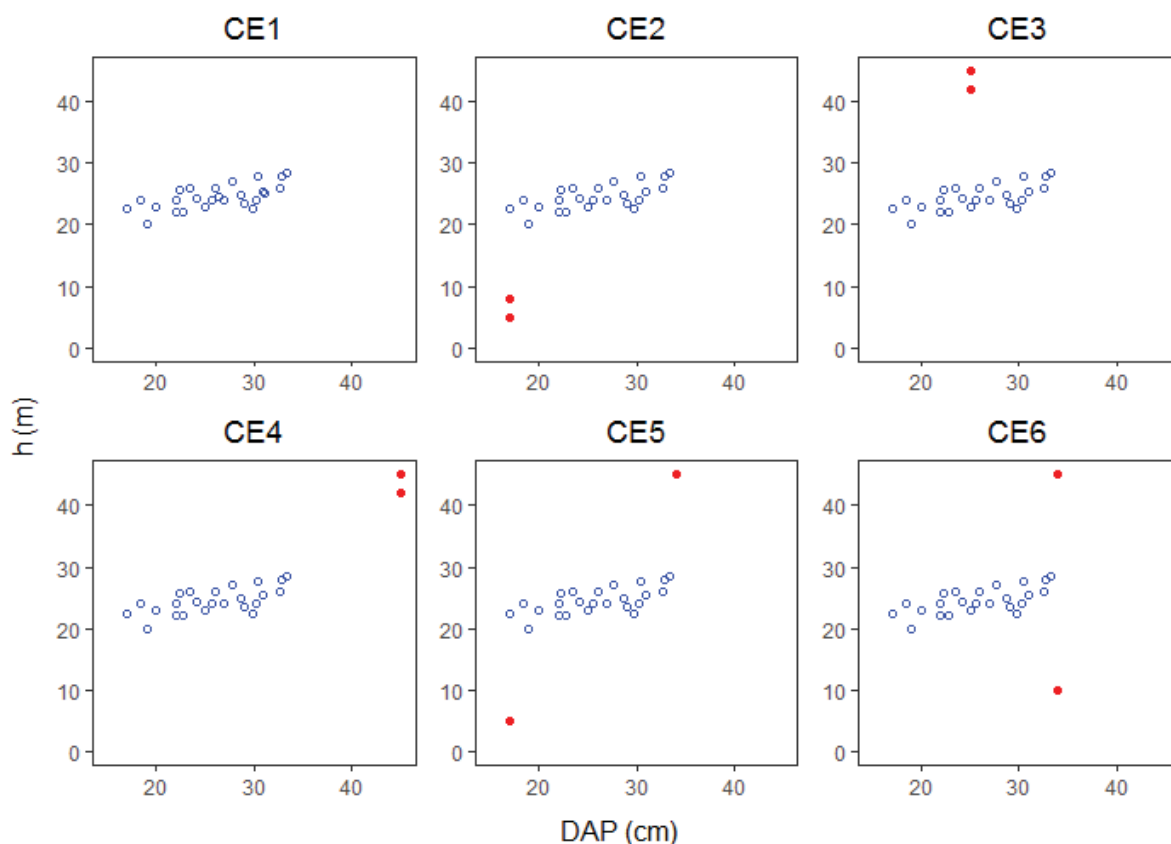
### 1.2.3 Procedimento 2 – modelagem e análise de sensibilidade com subamostra

Este procedimento contempla um estudo de caso a partir de um conjunto de dados menor ( $n = 26$ ) de *O. pyramidale*, contendo informações de árvores da mesma idade (4,7 anos) para representar a média de observações por parcela (~22) do conjunto de dados geral.

Com esse conjunto de dados, realizou-se uma análise de sensibilidade após selecionar o modelo hipsométrico e o estimador-M de melhor desempenho no procedimento 1 para estimativa da altura na classe de idade IV (4 + 5 anos) que corresponde com a subamostra. O ajuste foi realizado por OLS e IRLS com estimadores-M para comparar ambos métodos de regressão em seis cenários, a maioria deles contendo *outliers*. Para a comparação, utilizou-se as estatísticas de ajuste do procedimento 1 como medida de acuidade, assim como o erro padrão dos coeficientes das equações ajustadas como medida de eficiência.

O cenário 1 não contém *outliers* (CE1) a diferença dos outros cinco cenários (CE2, CE3, CE4, CE5 e CE6) em que dois valores discrepantes foram alocados visualmente (FIGURA 3). Essa estratégia foi guiada, principalmente, por duas considerações: (1) a definição de *outlier* dada por Montgomery, Peck e Vining (2012); e (2) a experiência de trabalho de campo durante a coleta e processamento dos dados.

FIGURA 3 - CENÁRIOS (CE1 A CE6) CONTENDO *OUTLIERS* (PONTOS VERMELHOS) PARA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NA MODELAGEM POR OLS E IRLS DA RELAÇÃO HIPNOMÉTRICA DE *O. pyramidale* NO EQUADOR (PROCEDIMENTO 2)



FONTE: O autor (2020).

Esses seis cenários, embora correspondam a relações hipsométricas de *O. pyramidale*, representam situações plausíveis de acontecer em conjuntos de dados biométricos da área florestal. A possibilidade de controlar a colocação dos *outliers* simplificou a análise, mas visa atender os objetivos específicos desta pesquisa, ou seja, evidenciar a diferença entre os métodos OLS e IRLS com Estimadores-M.

Cenários semelhantes contendo *outliers* foram descritos por Montgomery, Peck e Vining (2012), os quais salientaram que tais situações ocorrem com bastante frequência na prática, por tanto, os pesquisadores devem estar cientes de que em alguns conjuntos de dados, um ponto ou um pequeno grupo de pontos pode influenciar a modelagem de qualquer fenômeno.

### 1.2.4 Processamento dos dados

O ajuste dos modelos e o processamento dos dados foi realizado com o *software* R, versão 3.6.1 (R CORE TEAM, 2018), sendo utilizada a função *lm* para o ajuste por OLS, enquanto os ajustes da regressão robusta foram executados por meio do pacote MASS (RIPLEY et al., 2002) com a função *rml*.

Utilizou-se para preparo e adequação dos dados o pacote *dplyr* (WICKHAM et al., 2019) e para elaboração dos gráficos os pacotes *ggplot2* (WICKHAM et al., 2018) e *gridExtra* (AUGUIE, 2019). O histograma de frequências e a curva teórica de normalidade foram executados pelas funções *geom\_histogram* e *stat\_function* do *ggplot2*, respectivamente.

## 1.3 RESULTADOS

### 1.3.1 Procedimento 1 - modelagem com grande conjunto de dados

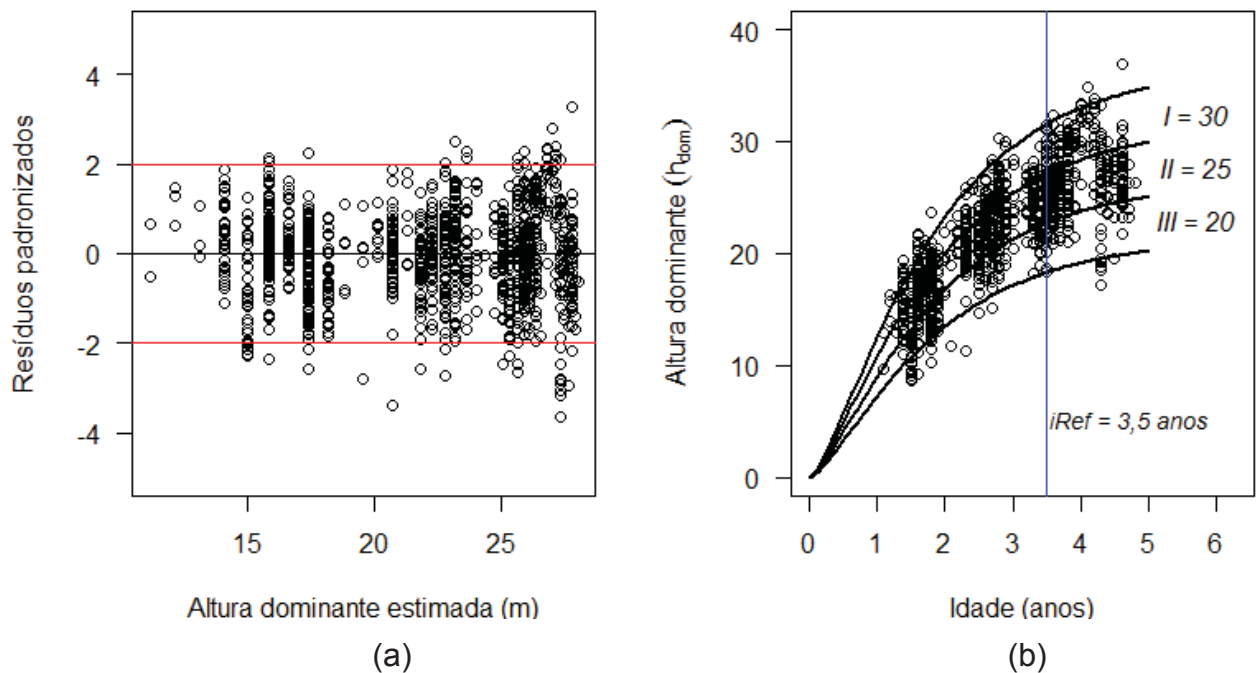
#### 1.3.1.1 Índice de sítio

Conforme as estatísticas de ajuste e precisão avaliadas, o modelo de Chapman-Richards (2) foi selecionado para descrever o comportamento de  $h_{dom}$ . O ajuste desse modelo resultou na equação (15) com os coeficientes todos significativos ( $p < 0,01$ ) e  $R^2_{aj.}$  de 0,709 e  $S_{yx}$  de 12,71%.

$$h_{dom} = 29,85162 (1 - e^{-0,67151 * I})^{1,51484} \quad (15)$$

Na análise gráfica dos resíduos para  $h_{dom}$  (FIGURA 4a.) observou-se que a maioria dos pontos, encontra-se distribuída entre -2 e 2 desvios padrão ao longo da linha média de estimativa. As curvas obtidas a partir da equação (15) permitiram classificar todas as parcelas nas distintas classes de sítio, sendo necessário manter abertos os intervalos superior e inferior das classes I e III, respectivamente, como descrito na metodologia. A classificação resultou em 33,7% das observações na classe I, 48,1% na classe II e 18,2% na classe III (FIGURA 4b).

FIGURA 4 - RESÍDUOS PADRONIZADOS NA ESTIMATIVA DE  $h_{dom}$  (a) E CURVAS DE ÍNDICE DE SÍTIO (b) PELO MODELO DE CHAPMAN-RICHARDS PARA POVOAMENTOS *O. pyramidale* NO EQUADOR



Em que:  $i_{Ref}$  significa idade de referência.

FONTE: O autor (2020).

### 1.3.1.2 Relação hipsométrica

Com base nas estatísticas de ajuste e precisão, selecionou-se a equação ajustada por OLS e IRLS de melhor desempenho para estimativa da altura das árvores em cada classe de sítio e idade. As estatísticas de ajuste das equações selecionadas assim como a diferença percentual do  $S_{yx}$  entre os métodos OLS e IRLS, estão apresentadas na TABELA 6.



TABELA 6 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS MODELOS MELHORES PARA ESTIMATIVA DA ALTURA TOTAL POR CLASSES DE SÍTIO E IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR.

| Classe    |          |           | OLS                           |                   | IRLS com Estimadores-M |                               |                   |                           |
|-----------|----------|-----------|-------------------------------|-------------------|------------------------|-------------------------------|-------------------|---------------------------|
|           |          |           | R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub> | S <sub>yx</sub> % | Método                 | R <sup>2</sup> <sub>aj.</sub> | S <sub>yx</sub> % | Dif. em S <sub>yx</sub> % |
| Geral     | 1 + 5 a. | Näslund   | 0,659                         | 15,580            | <i>Biweight</i>        | 0,662                         | 15,516            | -0,4101%                  |
| Sítio I   | 30 m     | Näslund   | 0,646                         | 14,047            | <i>Biweight</i>        | 0,648                         | 14,003            | -0,3084%                  |
| Sítio II  | 25 m     | Näslund   | 0,624                         | 13,673            | <i>Biweight</i>        | 0,626                         | 13,629            | -0,3219%                  |
| Sítio III | 20 m     | Näslund   | 0,701                         | 15,975            | <i>Biweight</i>        | 0,704                         | 15,903            | -0,4481%                  |
| Idade I   | 1 + 2 a. | Curtis    | 0,556                         | 13,272            | Hampel                 | 0,556                         | 13,273            | 0,0130%                   |
| Idade II  | 2 + 3 a. | Curtis    | 0,434                         | 12,247            | Hampel                 | 0,434                         | 12,247            | 0,0038%                   |
| Idade III | 3 + 4 a. | Henriksen | 0,353                         | 11,852            | Hampel                 | 0,354                         | 11,852            | 0,0003%                   |
| Idade IV  | 4 + 5 a. | Curtis    | 0,330                         | 12,748            | Hampel                 | 0,330                         | 12,747            | -0,0018%                  |

Em que: R<sup>2</sup><sub>aj.</sub> é o coeficiente de determinação ajustado; S<sub>yx</sub>% é o erro padrão da estimativa em porcentagem; Dif. significa diferença e a. significa anos.

FONTE: O autor (2020).

Observa-se ainda, na TABELA 6, que no ajuste para o conjunto de dados geral e por classes de sítio, o modelo Näslund apresentou melhor desempenho por meio da regressão robusta com o uso do estimador-M *Biweight*, o que permitiu uma redução no S<sub>yx</sub> de 0,3084 a 0,4481% em relação ao ajuste por OLS. Na análise por classes de idade, os modelos de Curtis e Henriksen apresentaram melhor desempenho, porém, seu ajuste foi superior por OLS, à exceção da classe IV em que o ajuste por IRLS com o Estimador-M de Hampel foi melhor.

Os coeficientes da regressão e seus respectivos erros padrão, obtidos pelos modelos hipsométricos de melhor desempenho por classes de sítio e idade estão apresentados na TABELA 7. Todos os coeficientes foram significativos ( $p < 0,05$ ).

TABELA 7 – COEFICIENTES E SEUS ERROS PADRÃO DAS MELHORES EQUAÇÕES HIPNOMÉTRICAS AJUSTADAS POR OLS E IRLS PARA ESTIMATIVA DA ALTURA TOTAL POR CLASSES DE SÍTIO E IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR.

| Classe    | Modelo selecionado | Estimador                | Coeficientes    | E.p.      | dif. E.p.    |
|-----------|--------------------|--------------------------|-----------------|-----------|--------------|
| Geral     | Näslund            | OLS                      | $\hat{\beta}_0$ | 2,2102*   | 0,0170358260 |
|           |                    | IRLS ( <i>Biweight</i> ) |                 | 2,2078*   | 0,0170576048 |
|           |                    | OLS                      | $\hat{\beta}_1$ | 0,1282*   | 0,0007591147 |
|           |                    | IRLS ( <i>Biweight</i> ) |                 | 0,1275*   | 0,0007600852 |
| Sítio I   | Näslund            | OLS                      | $\hat{\beta}_0$ | 2,1079*   | 0,0288437402 |
|           |                    | IRLS ( <i>Biweight</i> ) |                 | 2,1066*   | 0,0294409095 |
|           |                    | OLS                      | $\hat{\beta}_1$ | 0,1246*   | 0,0012161606 |
|           |                    | IRLS ( <i>Biweight</i> ) |                 | 0,1241*   | 0,0012413395 |
| Sítio II  | Näslund            | OLS                      | $\hat{\beta}_0$ | 1,9520*   | 0,0232523838 |
|           |                    | IRLS ( <i>Biweight</i> ) |                 | 1,9676*   | 0,0235008560 |
|           |                    | OLS                      | $\hat{\beta}_1$ | 0,1404*   | 0,0010234409 |
|           |                    | IRLS ( <i>Biweight</i> ) |                 | 0,139*    | 0,0010343773 |
| Sítio III | Näslund            | OLS                      | $\hat{\beta}_0$ | 2,1596*   | 0,0346975551 |
|           |                    | IRLS ( <i>Biweight</i> ) |                 | 2,1696*   | 0,0341338255 |
|           |                    | OLS                      | $\hat{\beta}_1$ | 0,1456*   | 0,0017865903 |
|           |                    | IRLS ( <i>Biweight</i> ) |                 | 0,1441*   | 0,0017575637 |
| Idade I   | Curtis             | OLS                      | $\hat{\beta}_0$ | 3,3512*   | 0,0090260055 |
|           |                    | IRLS (Hampel)            |                 | 3,3538*   | 0,0089116163 |
|           |                    | OLS                      | $\hat{\beta}_1$ | -10,6435* | 0,1431225471 |
|           |                    | IRLS (Hampel)            |                 | -10,6439* | 0,1413087132 |
| Idade II  | Curtis             | OLS                      | $\hat{\beta}_0$ | 3,5606*   | 0,0114515061 |
|           |                    | IRLS (Hampel)            |                 | 3,5557*   | 0,0112676466 |
|           |                    | OLS                      | $\hat{\beta}_1$ | -11,3617* | 0,2385131519 |
|           |                    | IRLS (Hampel)            |                 | -11,215*  | 0,2346837088 |
| Idade III | Henriksen          | OLS                      | $\hat{\beta}_0$ | -9,6536*  | 0,9962025945 |
|           |                    | IRLS (Hampel)            |                 | -9,781*   | 1,0009075994 |
|           |                    | OLS                      | $\hat{\beta}_1$ | 10,5866*  | 0,3086080742 |
|           |                    | IRLS (Hampel)            |                 | 10,6257*  | 0,3100656116 |
| Idade IV  | Curtis             | OLS                      | $\hat{\beta}_0$ | 3,7058*   | 0,0200450964 |
|           |                    | IRLS (Hampel)            |                 | 3,7021*   | 0,0199973835 |
|           |                    | OLS                      | $\hat{\beta}_1$ | -11,7049* | 0,5095871877 |
|           |                    | IRLS (Hampel)            |                 | -11,5539* | 0,5083742299 |

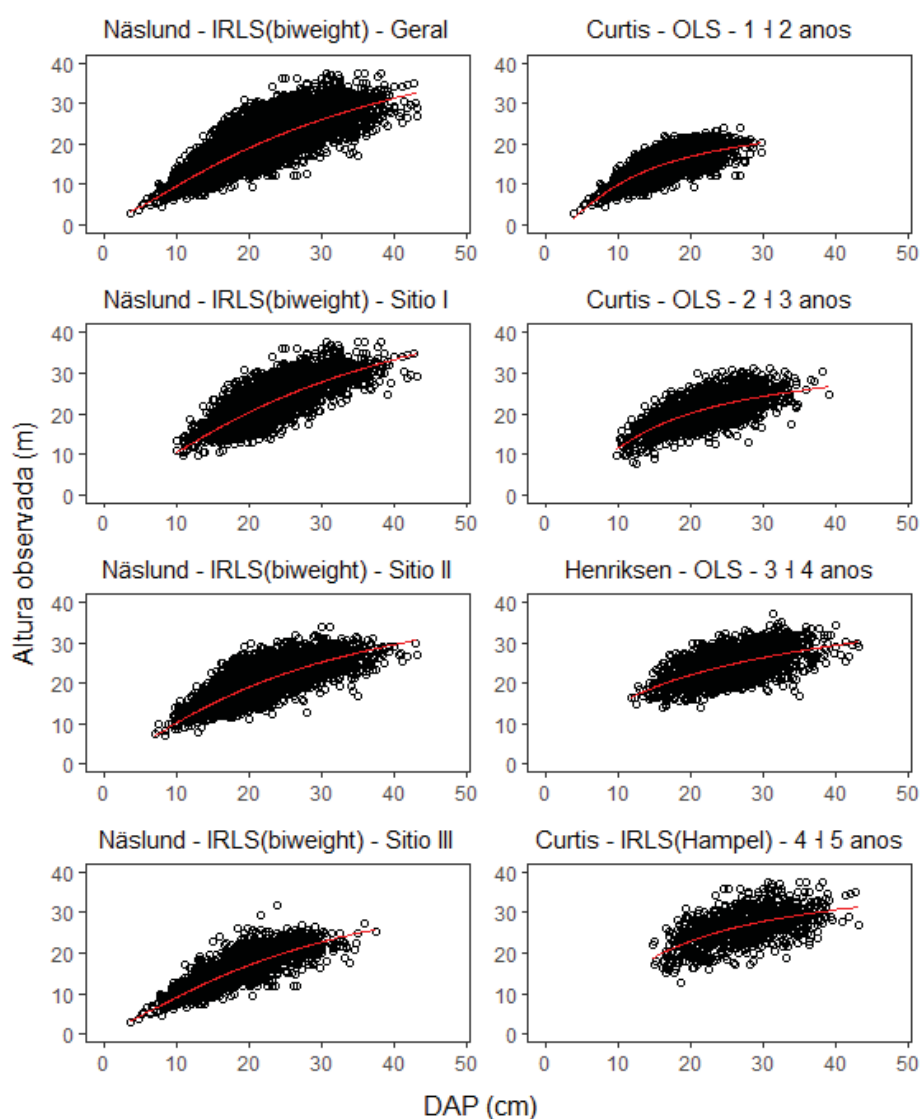
Em que:  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$  são os coeficientes da regressão; (\*) é significativo com 95% de probabilidade; E.p. é o erro padrão dos coeficientes estimados; dif. E.p. significa diferencia relativa entre os erros padrões dos coeficientes.

FONTE: O autor (2020).

Observa-se ainda, na TABELA 7, que a diferença relativa entre os erros padrão dos coeficientes obtidos por OLS e IRLS é menor do que 3% em todos os casos do procedimento 1. Os valores negativos da mudança percentual do  $S_{yx}$  (dif. E.p.) indicam os casos em que o erro padrão dos coeficientes por IRLS foi menor em relação a OLS, sendo maior a eficiência por este último método nas classes de idade I, II e IV, assim como na classe de sítio III.

A qualidade do ajuste e, conseqüentemente, das estimativas por classes de sítio e idade foi verificada de forma gráfica, sendo observado resultado adequado em todas as classes (FIGURA 5). Observou-se que a estratificação dos dados acarretou em distribuição homogênea das observações, em que o melhor sítio (I) e a maior idade (IV) apresentaram, naturalmente, as maiores alturas totais das árvores.

FIGURA 5 - CURVAS MÉDIAS PELAS MELHORES EQUAÇÕES HIPSONÉTICAS AJUSTADAS POR OLS E IRLS POR CLASSES DE SÍTIO E IDADE EM POVOAMENTOS DE *O. pyramidale* NO EQUADOR.

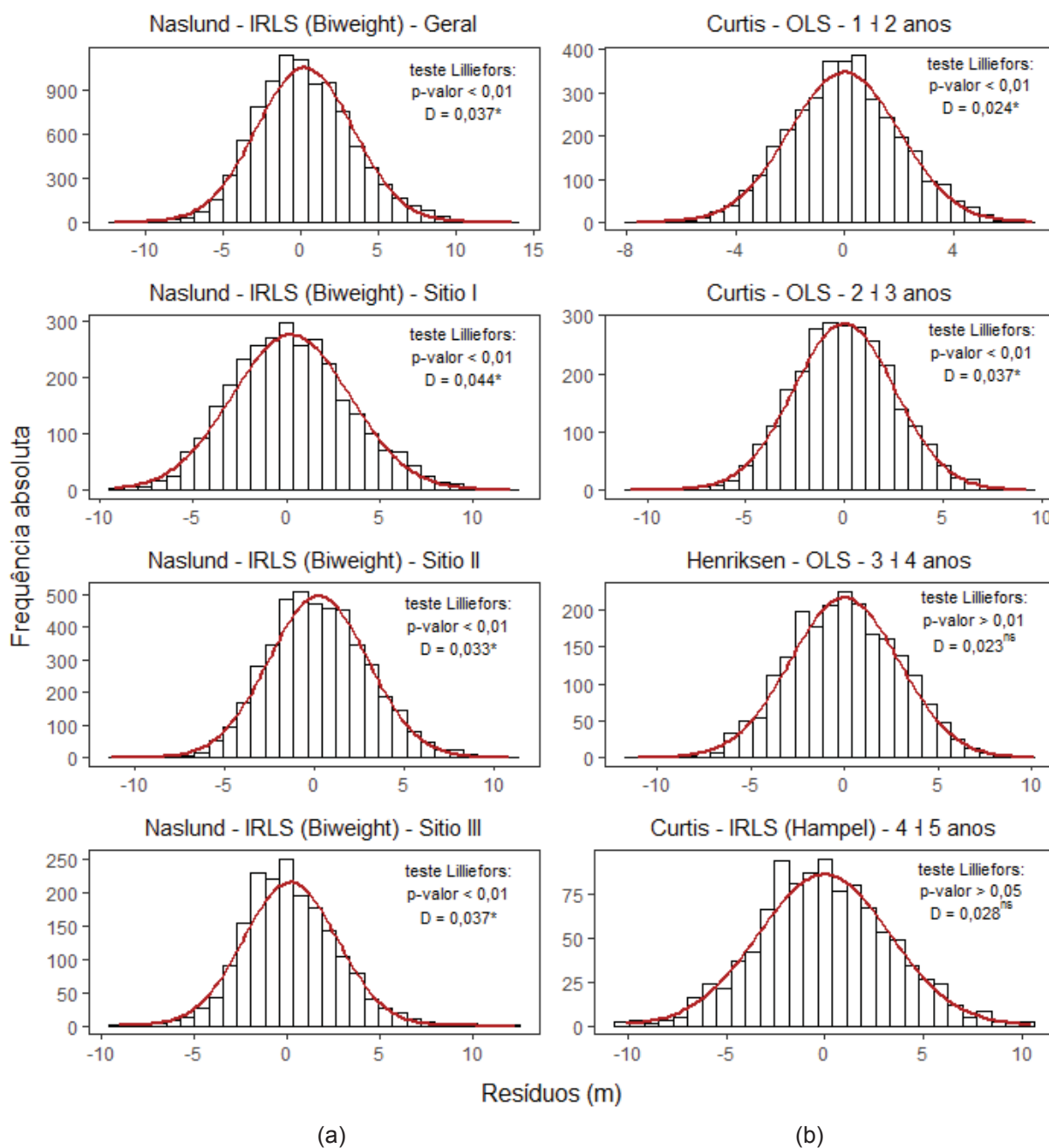


FONTE: O autor (2020).

Ao avaliar o pressuposto de normalidade da análise de regressão para os melhores modelos por classes de sítio e idade observou-se que, embora houve, a rejeição da hipótese de normalidade por meio do teste de Lilliefors ( $p < 0,05$ ), com

exceção das classes de idade III (3 + 4 anos) e IV (4 + 5 anos); o histograma de frequências com a superposição da curva teórica de normalidade evidencia que os resíduos seguem clara tendência de distribuição normal (FIGURA 6).

FIGURA 6 - ANÁLISE GRÁFICA DA NORMALIDADE PARA AS MELHORES EQUAÇÕES HIPSONÔMETRICAS AJUSTADAS POR CLASSES DE SÍTIO (a) E IDADE (a) EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



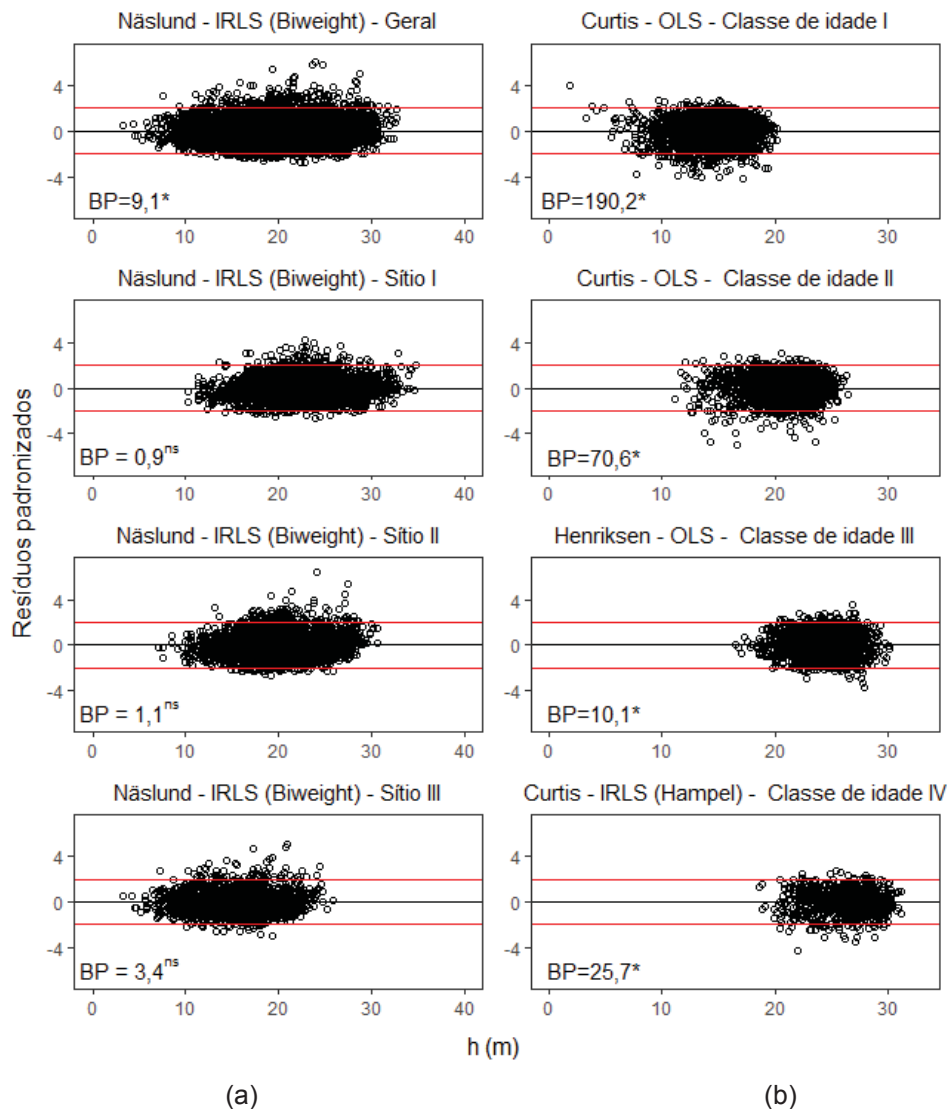
Em que: D é o valor do teste de Lilliefors ( $p < 0,05$ ).

FONTE: O autor (2020).

Com base na FIGURA 6, e considerando o grande tamanho das amostras (TABELA 1), confirma-se pela teoria assintótica com base no teorema central do limite e para todas as estratificações, a tendência à normalidade.

Na análise gráfica do pressuposto de homogeneidade das variâncias dos resíduos pelas melhores equações ajustadas por classes de sítio e idade, observa-se que não há maiores tendenciosidades ao longo da linha média, embora o teste de Breusch-Pagan sugere a rejeição da hipótese de homogeneidade ( $p < 0,05$ ) na maioria dos ajustes, com exceção das classes de sítio I, II e III (FIGURA 7).

FIGURA 7 - RESÍDUOS PADRONIZADOS PARA AS MELHORES EQUAÇÕES HIPNOMÉTRICAS AJUSTADAS POR CLASSES DE SÍTIO (a) E IDADE (a) EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR.

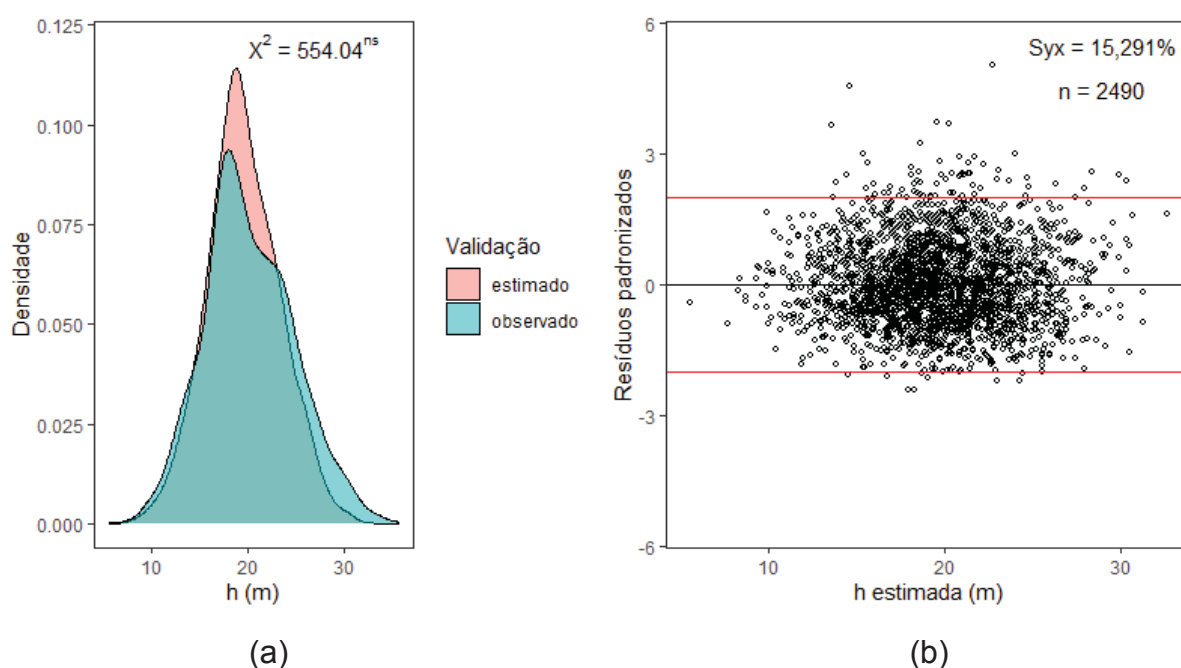


Em que: BP é valor do teste de Breusch-Pagan ( $p < 0,05$ ), (\*) e (ns) é significativo e não significativo com 95% de probabilidade, respectivamente.

FONTE: O autor (2020).

A validação da melhor equação hipsométrica ajustada aos dados gerais, resultou em histograma suavizado de densidade do Kernel semelhante para os valores observados e estimados (FIGURA 8a), cuja aderência foi demonstrada pelo teste  $\chi^2$  ( $p > 0,05$ ). O valor de  $S_{yx}\%$  (15,291%) foi semelhante ao obtido no processo de ajuste para o conjunto de dados geral (15,516%, FIGURA 7a) e os resíduos padronizados não evidenciaram tendenciosidades aparentes (FIGURA 8b).

FIGURA 8 - HISTOGRAMA DE DENSIDADE DO KERNEL (a) E RESÍDUOS PADRONIZADOS (b) GERADOS NA VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO HIPSONÉTICA AJUSTADA AO CONJUNTO DE DADOS GERAL



Em que:  $\chi^2$  é o teste de qui-quadrado, (<sup>ns</sup>) quer dizer não significativo com 95% de probabilidade e  $S_{yx}$  é o erro padrão da estimativa.

FONTE: O autor (2020).

Os resultados da validação e a aderência dos valores estimados com os valores observados pelo teste  $\chi^2$  ( $p < 0,05$ ) apresentados na FIGURA 8, confirmam que a equação obtida a partir do modelo de Näslund ajustado por IRLS (*Biweight*) com estimadores-M, é adequada para a estimativa da altura total das árvores no conjunto de dados geral para os povoamentos em estudo. Devido à regressão robusta não exigir o atendimento das condicionantes da análise de regressão, não foi necessário a aplicação de testes para sua verificação.

### 1.3.2 Procedimento 2 - modelagem e análise de sensibilidade com subamostra

Neste procedimento 2, e por se tratar de árvores com 4,7 anos de idade, utilizou-se a equação ajustada de Curtis que resultou no melhor desempenho (TABELA 6) e na maior eficiência (TABELA 7) para estimativa da altura na classe de idade IV (4 + 5 anos).

As estatísticas da equação de Curtis ajustada por OLS e IRLS (Hampel) nos seis cenários avaliados neste procedimento, são apresentadas na TABELA 8. Houve melhor desempenho com maiores valores de  $R^2_{aj.}$  e menores de  $S_{yx}\%$  no ajuste por OLS, a exceção do cenário 6 em que a regressão robusta foi melhor. O valor negativo de  $R^2_{aj.}$  no cenário 3 (-0,0005) pelo o ajuste por IRLS (Hampel), é devido ao valor alto da soma de quadrados do resíduo por conta dos *outliers*.

TABELA 8 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DA EQUAÇÃO DE CURTIS AJUSTADA POR OLS E IRLS NOS SEIS CENÁRIOS AVALIADOS NO PROCEDIMENTO 2 PARA ESTIMATIVA DA ALTURA TOTAL EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Cenário | n  | CV%   | OLS        |            | IRLS (Hampel) |            |                       |
|---------|----|-------|------------|------------|---------------|------------|-----------------------|
|         |    |       | $R^2_{aj}$ | $S_{yx}\%$ | $R^2_{aj}$    | $S_{yx}\%$ | Mudança em $S_{yx}\%$ |
| 1       | 26 | 8,26  | 0,3774     | 6,6307     | 0,3769        | 6,6337     | 0,0447%               |
| 2       |    | 22,98 | 0,3183     | 19,2997    | 0,2465        | 20,2902    | 5,1320%               |
| 3       |    | 21,40 | 0,0435     | 21,2941    | -0,0005       | 21,7780    | 2,2725%               |
| 4       |    | 21,40 | 0,5077     | 15,2770    | 0,4315        | 16,4160    | 7,4555%               |
| 5       |    | 24,48 | 0,3465     | 20,1306    | 0,2591        | 21,4351    | 6,4803%               |
| 6       |    | 21,86 | 0,0537     | 21,6338    | 0,0670        | 21,4820    | -0,7017%              |

Em que: n é o número de árvores; CV% é o coeficiente de variação em porcentagem,  $R^2_{aj.}$  é o coeficiente de determinação ajustado;  $S_{yx}\%$  é erro padrão da estimativa em porcentagem.

FONTE: O autor (2020).

Os coeficientes das equações ajustadas a partir do modelo Curtis nos seis cenários do procedimento 2, assim como seus respectivos erros padrões, estão apresentados na TABELA 9. O ajuste por IRLS com Estimador-M de Hampel demonstrou ser mais eficiente em relação à OLS, apresentando diminuição no erro padrão dos coeficientes de 18,71% - 75,80%, com exceção do cenário 1 (sem *outlier*).



TABELA 9 – COEFICIENTES DA REGRESSÃO E SEUS ERROS PADRÕES DA EQUAÇÃO DE CURTIS AJUSTADA POR OLS E IRLS NOS SEIS CENÁRIOS AVALIADOS NO PROCEDIMENTO 2 PARA ESTIMATIVA DA ALTURA TOTAL EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

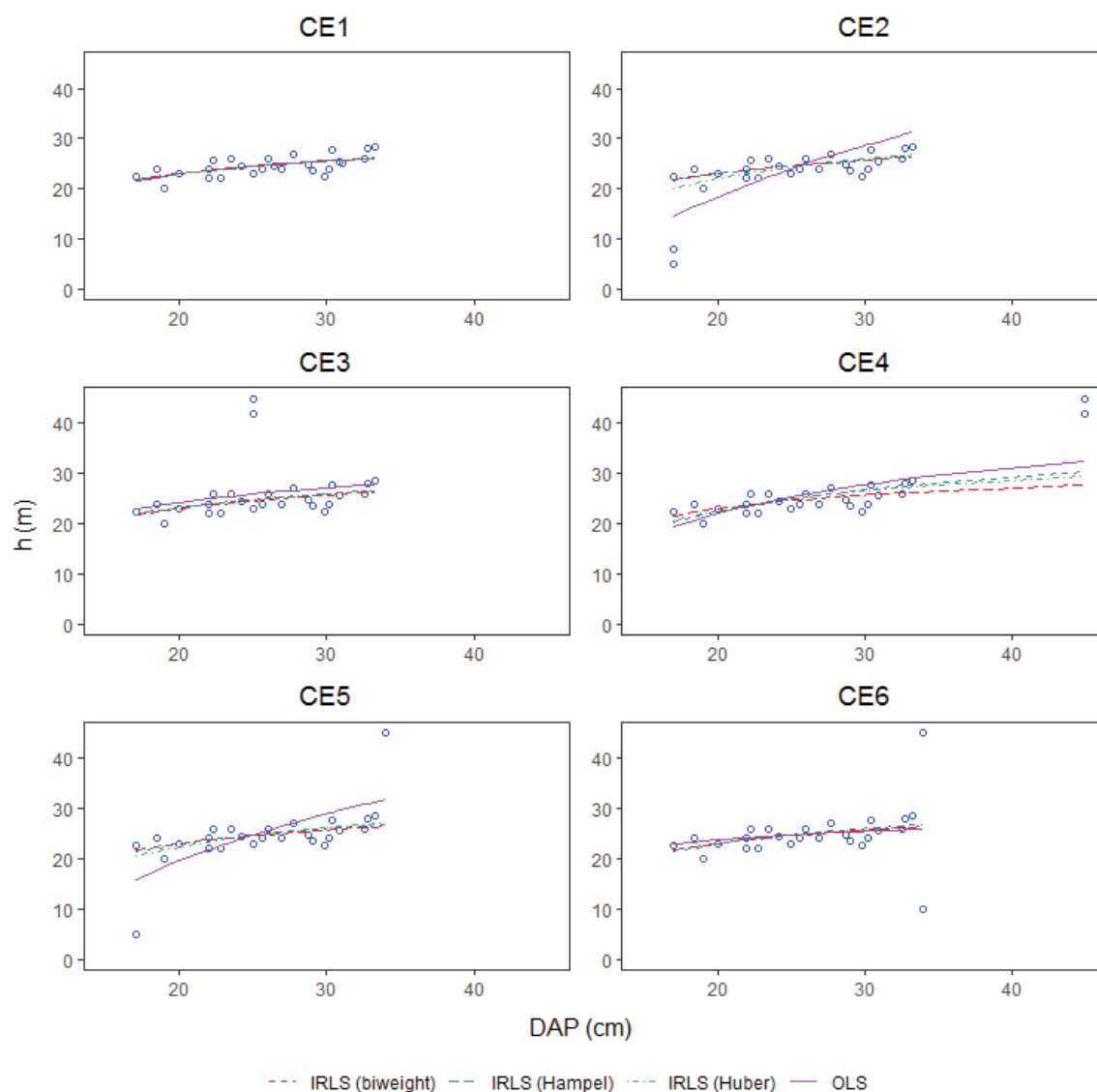
| Cenário | Estimador     |                 | Coeficientes          | Erro padrão (Ep) | dif. Ep (%) |
|---------|---------------|-----------------|-----------------------|------------------|-------------|
| 1       | OLS           | $\hat{\beta}_0$ | 3,4546*               | 0,0686000365     | 0,00%       |
|         | IRLS (Hampel) |                 | 3,4546*               | 0,0686000365     |             |
|         | OLS           | $\hat{\beta}_1$ | -6,4969*              | 1,6956385013     |             |
|         | IRLS (Hampel) |                 | -6,4969*              | 1,6956385013     |             |
| 2       | OLS           | $\hat{\beta}_0$ | 4,1948*               | 0,2757646606     | 75,80%      |
|         | IRLS (Hampel) |                 | 3,4626*               | 0,0667327330     |             |
|         | OLS           | $\hat{\beta}_1$ | -26,5510*             | 6,4854950169     |             |
|         | IRLS (Hampel) |                 | -6,6557*              | 1,5694353530     |             |
| 3       | OLS           | $\hat{\beta}_0$ | 3,5099*               | 0,1835332799     | 49,70%      |
|         | IRLS (Hampel) |                 | 3,4733*               | 0,0923143234     |             |
|         | OLS           | $\hat{\beta}_1$ | -6,7314 <sup>ns</sup> | 4,4980458277     |             |
|         | IRLS (Hampel) |                 | -6,6729*              | 2,2624455772     |             |
| 4       | OLS           | $\hat{\beta}_0$ | 3,7798*               | 0,1104961229     | 18,71%      |
|         | IRLS (Hampel) |                 | 3,6506*               | 0,0898247455     |             |
|         | OLS           | $\hat{\beta}_1$ | -13,9385*             | 2,7800200961     |             |
|         | IRLS (Hampel) |                 | -10,9716*             | 2,2599399076     |             |
| 5       | OLS           | $\hat{\beta}_0$ | 4,1093*               | 0,2668233533     | 71,36%      |
|         | IRLS (Hampel) |                 | 3,5085*               | 0,0764100695     |             |
|         | OLS           | $\hat{\beta}_1$ | -23,5357*             | 6,4559501619     |             |
|         | IRLS (Hampel) |                 | -7,6575*              | 1,8487872009     |             |
| 6       | OLS           | $\hat{\beta}_0$ | 3,3491*               | 0,2275746785     | 65,09%      |
|         | IRLS (Hampel) |                 | 3,5085*               | 0,0794532543     |             |
|         | OLS           | $\hat{\beta}_1$ | -4,1842 <sup>ns</sup> | 5,6745940165     |             |
|         | IRLS (Hampel) |                 | -7,6577*              | 1,9811736717     |             |

Em que:  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$  são os coeficientes da regressão; (\*) e (<sup>ns</sup>) querem dizer significativo e não significativo com 95% de probabilidade, respectivamente; E.p. é o erro padrão dos coeficientes estimados; dif. E.p. é a diferença relativa entre os erros padrões dos coeficientes.

FONTE: O autor (2020).

As curvas de ajuste obtidas nos seis cenários a partir da equação de Curtis ajustada por OLS e IRLS com estimador-M de Hampel (FIGURA 9), revelaram que os *outliers* influenciaram os resultados nos cenários CE2 a CE6, levando às curvas obtidas por OLS a ficarem em alguns casos com inclinação distinta e / ou levemente afastadas daquelas obtidas por IRLS. Esses resultados revelaram a sensibilidade do ajuste por OLS em amostras pequenas contendo *outliers*.

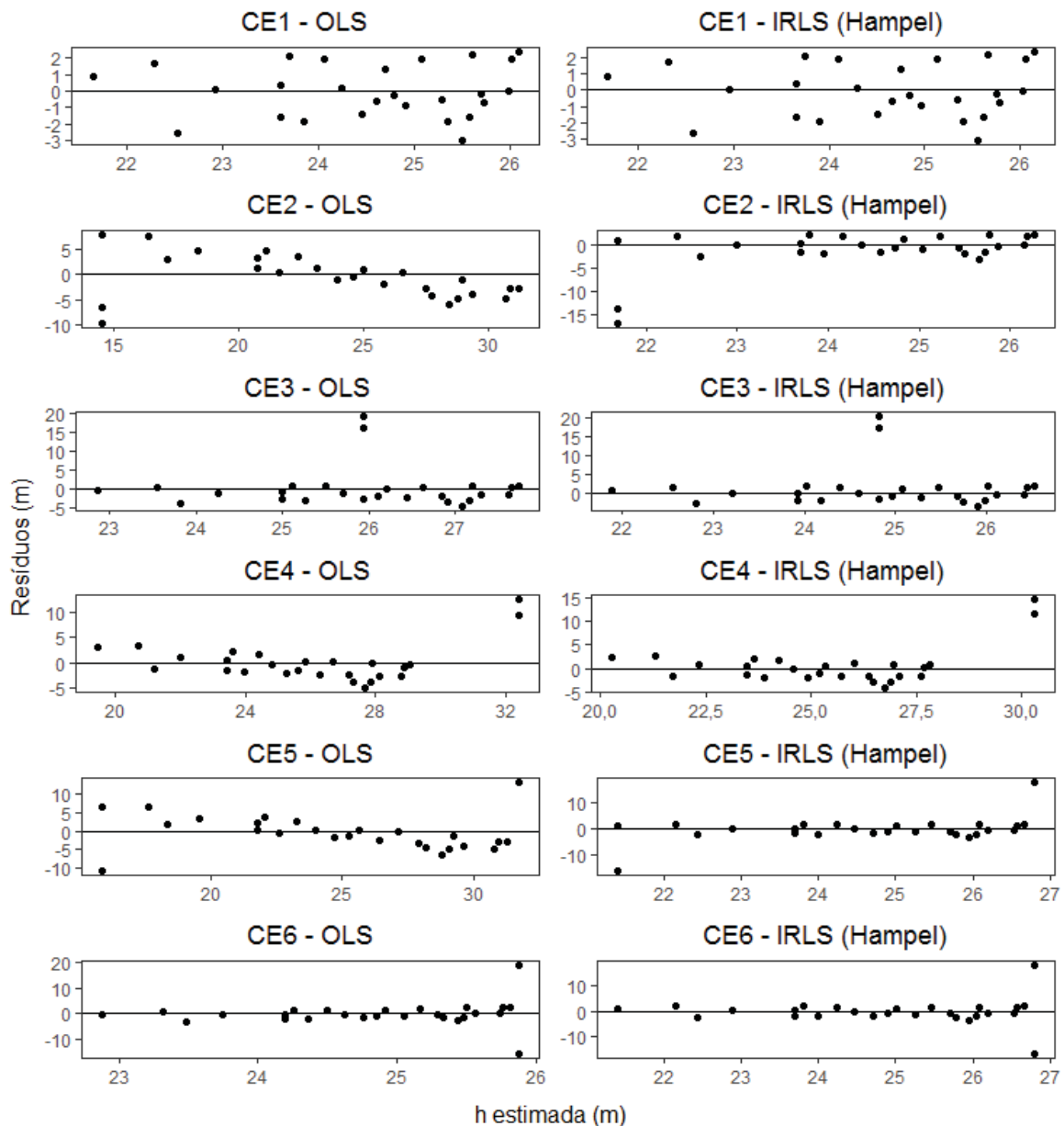
FIGURA 9 - CURVAS MÉDIAS PELA EQUAÇÃO DE CURTIS AJUSTADA POR OLS E IRLS (HAMPEL) NOS SEIS CENÁRIOS AVALIADOS NO PROCEDIMENTO 2 PARA ESTIMATIVA DA ALTURA EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

Na avaliação dos resíduos absolutos para o procedimento 2 (FIGURA 10), observa-se que no ajuste da equação de Curtis por OLS nos cenários contendo *outliers* (CE2 - CE6), houve tendenciosidades na estimativa da altura, a exceção do cenário CE6 em que a posição dos *outliers* favoreceu os resultados (FIGURA 10). No ajuste por IRLS com o Estimador-M de Hampel, não houve tendenciosidades aparentes.

FIGURA 10 - RESÍDUOS ABSOLUTOS OBTIDOS PELA EQUAÇÃO DE CURTIS AJUSTADA POR OLS E IRLS (HAMPEL) NOS SEIS CENÁRIOS AVALIADOS NO PROCEDIMENTO 2 PARA ESTIMATIVA DA ALTURA EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

## 1.4 DISCUSSÃO

### 1.4.1 Índice de sítio (procedimento 1)

Conforme os resultados de índice de sítio para *O. pyramidale* obtidos no procedimento 1, a equação de Chapman-Richards foi a de melhor desempenho para a estimativa de  $h_{dom}$ , embora apresentando uma leve tendência a subestimar nas menores alturas e superestimar nas maiores (FIGURA 4a). Por se tratar de um modelo

do tipo biológico e não linear com três coeficientes, é flexível e consegue representar, apropriadamente, o crescimento ao longo do tempo de uma variável biométrica como  $h_{dom}$  (MACHADO et al., 2011; TÉO et al., 2015; CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2019).

Com base no resultado do  $R^2_{aj.}$  (0,709) da equação ajustada de Chapman-Richards, é possível afirmar que, em povoamentos de *O. pyramidale*, a variável independente idade explicou o comportamento da variável dependente  $h_{dom}$ . Quanto ao  $S_{yx}$ , ainda que não foi menor que 10% (12,71%), valor apontado como desejável na literatura (ARAÚJO et al., 2018), considerou-se satisfatório para a estimativa de  $h_{dom}$  no contexto da variabilidade apresentada pelos dados (CV geral de 23,1%), o que confirma a representatividade da amostra.

As curvas de sítio construídas para a espécie mostram-se adequadas para representar a sua capacidade produtiva (FIGURA 4b), semelhante com as obtidas por Cañadas-López et al. (2019). Contudo, observa-se a variabilidade dos dados com amplitude de  $h_{dom}$  superior a 10 m ao longo da idade, o que demonstra ser uma característica particular do desenvolvimento dos povoamentos de *O. pyramidale* e que pode estar relacionada com a sua propagação seminal, na qual, há maior variabilidade genética (PEREIRA et al., 2015).

A variabilidade apresentada pelas árvores dificultou a abrangência das observações pelas curvas de sítio (FIGURA 4b), o que levou manter abertos durante a classificação os intervalos superiores da classe I e inferior da classe III conforme realizado por Cañadas-López et al. (2019). Essa particularidade influenciou, consequentemente, na classificação de sítio das parcelas.

Com a classificação de sítio, foi possível agrupar adequadamente as parcelas de estudo em três classes de produtividade, com aproximadamente a metade delas alocadas na classe intermediária (II) e as demais ficaram distribuídas nas classes inferior (III) e superior (I).

A estratificação por classe de sítio permitiu reduzir a variabilidade do conjunto de dados e melhorar as estimativas hipsométricas em *O. pyramidale*. Verificou-se que a altura dominante das árvores dessa espécie está relacionada à qualidade do local como demonstrado por Cañadas-López et al. (2019). Essa relação é comum a outras espécies florestais (STANKOVA; DIÉGUEZ-ARANDA, 2011; CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2018; SCHUCHOVSKI; ARCE; OLIVEIRA, 2019).

#### 1.4.2 Relação hipsométrica (procedimentos 1 e 2)

Uma característica intrínseca da espécie são as altas taxas de crescimento (GONZÁLEZ-OSORIO et al., 2010; CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2016; 2019). Registrou-se nesta pesquisa incremento médio anual (IMA) em DAP e h de 5,8 cm e 5,7 m, respectivamente. No entanto, observou-se que essas altas taxas de incremento não descaracteriza a relação hipsométrica dos povoamentos (FIGURAS 1 e 2), sendo possível a sua modelagem.

Os resultados da modelagem sugerem que a relação hipsométrica de *O. pyramidale* pode ser correlacionada com as classes de sítio e idade (FIGURA 5), apresentando resultados consistentes tanto nos ajustes por OLS como por IRLS. Observou-se também a relação inversa entre a variabilidade apontada nos dados (TABELA 1 e FIGURA 2) e a qualidade das estatísticas de desempenho (TABELA 6) que evidenciaram, de modo geral, maior acuidade nas equações ajustadas por IRLS com Estimadores-M.

A maior exatidão nas estimativas de h por IRLS com estimadores-M em dados com maior variabilidade deve-se a aplicação de menores pesos aos *outliers*, minimizando o erro e melhorando a qualidade do ajuste (ALEGRIA, 2011; LOH, 2017; DEBASTIANI et al., 2019, NUGROHO et al., 2020). Isso ficou evidenciado na classe de sítio III e nos dados gerais que apresentaram coeficiente de variação de 29,2% e 26,7%, respectivamente, e cujo ganho na exatidão ( $S_{yx}$ ) foi levemente superior (em torno de 0,3-0,4%) em relação ao restante das estratificações por classes de sítio e idade (TABELA 6).

Em contrapartida, o ganho na acuidade das melhores equações ajustadas pelo estimador OLS por classes de idade explica-se, em parte, pelo atendimento dos pressupostos da regressão avaliados e a menor variabilidade dos dados ( $CV < 20\%$ , TABELA 1). De fato, quando os pressupostos da regressão linear são atendidos, o método OLS possibilita estimativas mais acuradas em relação aos estimadores robustos (ROUSSEEUW, 1984; YOHAI; ZAMAR, 1988; ALMA, 2011; AELST; WILLEMS; ZAMAR, 2013).

No ajuste geral e na estratificação por classe de sítio, o modelo de Näslund ajustado por IRLS (*Biweight*) apresentou melhor desempenho. Esse modelo tem demonstrado ser flexível para a modelagem da relação hipsométrica de outras espécies

(SHARMA; BREIDENBACH, 2015). A concepção matemática do modelo linear de Näslund permitiu obter melhor distribuição de resíduos (FIGURA 7).

Uma característica desejável no ajuste dos modelos lineares é o menor erro padrão dos coeficientes. Observa-se no procedimento 1 que ambos métodos de regressão apresentaram menos de 3% de diferença quando comparados os erros padrões nas distintas classes de sítio e idade (TABELA 7). Isso demonstra que a eficiência das quatro equações ajustadas por OLS e IRLS utilizando grande número de dados, é muito semelhante entre si e sugere, a priori, que a eficiência guarda relação com as estatísticas de exatidão ( $S_{yx}$  e  $R^2_{aj.}$ ) também semelhantes entre si.

O atendimento do pressuposto de normalidade no procedimento 1 demonstrado graficamente (FIGURA 6) conforme teoria assintótica do teorema central do limite (GUJARATI; PORTER, 2011), contribui para o bom desempenho do estimador OLS, principalmente no ajuste por classes de idade. O teste de Lilliefors para a avaliação da normalidade demonstrou ser sensível à presença de *outliers*.

O estimador OLS exige o atendimento dos pressupostos da análise de regressão, em contraste a regressão robusta, pode ser utilizada mesmo quando não houver o atendimento desses pressupostos (ROUSSEEUW, 1984; YOHAI; ZAMAR, 1988; CUNHA; MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2002; ALEGRIA, 2011; AELST; WILLEMS; ZAMAR, 2013; NUGROHO et al., 2020).

A distribuição gráfica dos resíduos padronizados (FIGURA 7) apresentou plena relação com a alta variabilidade das observações, tanto em DAP como em h. Essa variabilidade contribui para tendenciosidades nas estimativas, principalmente na estratificação por classes de idade em que houve uma porção importante de resíduos além do intervalo de -2 a 2 desvios-padrão sendo, portanto, candidatos a *outliers*.

A variabilidade dos dados que caracteriza os povoamentos em estudo tem relação com diversos fatores como os genéticos, os edafo-climáticos e o ataque de pragas e doenças. As respostas associadas ao manejo de espécies de rápido crescimento também influenciam na variabilidade (STAPE et al., 2010). Estudos futuros sobre o crescimento de *O. pyramidale* devem considerar todos esses fatores.

No procedimento 2 em que é usado um conjunto de dados menor ( $n = 26$ ) para realizar uma análise de sensibilidade, houve também resultados semelhantes nas estatísticas de acuidade ( $S_{yx}$  e  $R^2_{aj.}$ ) para o ajuste do modelo Curtis por ambos métodos de regressão nos seis cenários avaliados. Porém o método de IRLS (Hampel) permitiu uma diminuição no erro padrão dos coeficientes de 18,71% -

75,80% (TABELA 9), quando comparado com OLS nos cinco cenários contendo *outliers* (CE2 a CE6).

Os resultados obtidos pelos procedimentos 1 e 2 sugerem que as estatísticas  $R^2_{aj.}$  e  $S_{yx}\%$ , embora sejam importantes para avaliar o desempenho das equações em termos de seu ajuste e acuidade, não são apropriadas para comparar a eficiência dos métodos de regressão OLS e IRLS com Estimadores-M na presença de *outliers*, principalmente em amostras maiores em que os resultados dessas estatísticas tendem a ser iguais.

A análise do erro padrão dos coeficientes demonstrou ser mais apropriada para realizar a comparação entre OLS e IRLS com Estimadores-M, pois essa estatística se relaciona de maneira direta com o intervalo de confiança das estimativas, e conseqüentemente com a eficiência do ajuste modelo, algo que de fato difere pelos dois métodos de regressão (ROUSSEEUW, 1984; YOHAI; ZAMAR, 1988; ALMA, 2011; AELST; WILLEMS; ZAMAR, 2013; YU; YAO, 2017; NUGROHO et al., 2020).

Os estimadores-M são resistentes a *outliers* na variável dependente, mas são sensíveis ao elevado número de pontos de alavanca na variável independente (YU; YAO, 2017). Nesse sentido e com base na consistência dos resultados obtidos no procedimento 1 pelos Estimadores-M testados, é possível inferir que o grande conjunto de dados utilizado e que passou por processo de depuração, continha proporcionalmente poucos *outliers*, apesar da variação apontada (TABELA 1).

Os *outliers* que não correspondem a erros de amostragem não devem ser retirados da análise (PAPAGEORGIOU; BOUBOULIS; THEODORIDIS, 2015). Na presença deles, a regressão robusta com Estimadores-M demonstrou ser mais indicada porque a exatidão é semelhante ao método OLS, mas resultou ser mais eficiente, permitindo diminuir o erro padrão dos coeficientes.

Na ausência de *outliers*, a perda da eficiência dos estimadores robustos em relação ao OLS pode ser no máximo de 5% (ROUSSEEUW, 1984; YOHAI; ZAMAR, 1988; YU; YAO, 2017). Isso confirma a conveniência da utilização da regressão robusta, principalmente em espécies que apresentam alta variação nas informações dendrométricas como acontece com *O. pyramidale*.



## 1.5 CONCLUSÕES

Conforme a amostragem realizada para *Ochroma pyramidale* em cinco províncias do Equador, a modelagem da sua relação hipsométrica por classes de sítio e idade é apropriada porque diminui a variabilidade dos dados e melhora as estimativas dos modelos. Porém, não há um único modelo – entre os testados - que melhor represente as distintas classes devido à variabilidade das árvores em altura total e diâmetro à altura do peito.

A análise de regressão por mínimos quadrados ponderados iterativamente – IRLS com Estimadores-M robustos pode melhorar a exatidão das estimativas da altura total de *O. pyramidale* em relação ao método dos mínimos quadrados ordinários (OLS), principalmente quando os pressupostos da regressão não são atendidos e o coeficiente de variação dos dados é superior a 20%. Contudo, a análise com grandes amostras resulta em estatísticas de ajuste e precisão muito semelhantes por ambos métodos de regressão, mesmo na presença de *outliers*, diferente do que acontece com amostras menores em que há maior sensibilidade e o ajuste por OLS pode resultar em estimativas tendenciosas.

A comparação dos métodos de regressão OLS e IRLS com Estimadores-M com base nas estatísticas de ajuste e precisão: coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj.}$ ) e erro-padrão da estimativa ( $S_{yx}\%$ ), não é apropriada porque essas estatísticas avaliam a acuidade e qualidade do ajuste das equações, mas não evidenciam a sua eficiência na presença de *outliers*. A eficiência e consistência do ajuste por esses métodos de regressão é melhor analisada a partir do erro padrão dos coeficientes e da distribuição gráfica dos resíduos.

Confirma-se a hipótese formulada e que configura os estimadores-M robustos junto ao método IRLS como os mais apropriados para realizar a modelagem da altura das árvores de *O. pyramidale* na presença de *outliers*, quando comparados com o OLS, permitindo estimativas mais exatas e confiáveis por classes de sítio e idade.

## CAPÍTULO 2: SISTEMAS DE EQUAÇÕES COMPATÍVEIS DE VOLUME E AFILAMENTO DO TRONCO EM ÁRVORES DE *Ochroma pyramidale* NO EQUADOR

### RESUMO

Em inventários florestais, é fundamental que o resultado do volume obtido por meio dos sortimentos seja igual ao volume total, o que não acontece quando a modelagem das equações é realizada de forma independente. Para resolver a incompatibilidade volumétrica das estimativas no processamento do inventário florestal, funções de afilamento e de volume podem ser ajustadas conjuntamente em sistemas de equações compatíveis. O objetivo geral foi avaliar procedimentos para a modelagem do volume total com casca e do afilamento das árvores de *Ochroma pyramidale* por meio de funções ajustadas de forma independente e conjuntamente em sistemas de equações compatíveis, assim como agrupar os dados em função da idade dos povoamentos. O ajuste das funções foi aplicado em plantios localizados no Equador utilizando um conjunto de dados de cubagem de 286 árvores amostradas com 4.183 observações de diâmetro das seções ( $d_i$ ) e alturas parciais ( $h_i$ ). Esse conjunto foi dividido em dois, com 80% dos dados para o ajuste e 20% para a validação dos melhores sistemas de equações compatíveis por grupo de idade. Estatísticas multivariadas foram aplicadas: MANOVA, análise de agrupamentos e discriminante para agrupar os dados em classes de idade. Quatro funções foram utilizadas, duas de volume e duas de afilamento, as quais foram ajustadas de forma independente (procedimento 1) e conjuntamente em sistemas de equações compatíveis (procedimento 2). Para corrigir a heteroscedasticidade dos resíduos nas equações de volume, aplicou-se em ambos procedimentos funções de peso obtidas a partir da estrutura da variância, resultando em equações ponderadas. O desempenho das equações foi avaliado por meio das estatísticas: correlação linear de Pearson ao quadrado ( $r^2$ ), erro quadrático médio (EQM), erro padrão da estimativa ( $S_{yx}$ ) e critério de informação de Akaike (AIC). As análises de agrupamentos e discriminante evidenciaram a formação de dois grupos de idade: G1 com árvores entre 0 + 4 anos e G2 entre 4 + 5 anos, permitindo reduzir os esforços na modelagem e aumentar o tamanho das amostras para análise de regressão. As equações de afilamento e volume ponderadas para correção da heteroscedasticidade, ajustadas pelos procedimentos 1 e 2 apresentaram, de forma geral, bom desempenho conforme as estatísticas de ajuste e precisão, porém, levemente inferior ao das equações não ponderadas. No procedimento 1, as equações apresentaram boa acuidade para a estimativa dos  $d_i$ , com  $S_{yx}$  médio de 8,22 e 9,34% para as equações com e sem aplicação de pesos nos grupos G1 e G2, respectivamente; assim como para a estimativa do volume total, com  $S_{yx}$  médio de 12,42 e 13,18% em G1 e G2, respectivamente; porém, resultaram em incompatibilidade média de 5,94 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup>, o que limita a sua utilização para o processamento de um inventário florestal. No procedimento 2 com os sistemas compatíveis, as equações ponderadas ajustadas apresentaram precisão semelhante às do procedimento 1, tanto para estimativa dos  $d_i$ , com  $S_{yx}$  médio de 8,87 e 9,64% em G1 e G2, respectivamente; assim como para estimativa do volume total, com  $S_{yx}$  médio de 11,91 e 13,24% em G1 e G2, respectivamente; porém, com o benefício da compatibilidade volumétrica. O fator de forma natural das árvores apresentou comportamento médio próximo entre as

distintas idades (0,37 a 0,50), no entanto a análise por árvore dentro de cada idade revelou maior amplitude deste fator (0,27 a 0,73), o que demonstra a variabilidade na forma das árvores. Quando o interesse é estimar os diâmetros das seções do tronco e o volume total e por sortimentos das árvores de *O. pyramidale*, recomenda-se a utilização de sistemas de equações compatíveis de afilamento e volume.

**Palavras-chave:** regressões aparentemente não relacionadas, incompatibilidade volumétrica, fator de forma, MANOVA, análise multivariada, pau-balsa.

## COMPATIBLE TREE TAPER AND VOLUME EQUATION SYSTEMS FOR *Ochroma pyramidale* IN ECUADOR

### ABSTRACT

In forest inventories, it is fundamental that the result of the volume obtained through the assortments equals the total volume, which does not happen when the modeling of equations is performed independently. In order to solve the volumetric incompatibility of estimates in forest inventory processing, taper and volume functions can be fitted together in compatible equations systems. The general aim of this chapter was to evaluate procedures for modeling the total volume over bark and taper of *Ochroma pyramidale* trees by means of functions fitted independently and jointly in compatible equations systems, as well as to group the data set by age classes. The fitting of functions was applied in stands located in Ecuador using a data set of 286 sampled trees with 4183 observations of diameter sections ( $d_i$ ) and partial heights ( $h_i$ ). This data set was divided into two, with 80% of the data applied for the fit and 20% for validation of the best compatible equations system by age group. Multivariate statistics were applied: MANOVA, cluster and discriminant analysis to group the samples by age classes. Four functions were used, two of volume and two of taper, which were fitted independently (procedure 1) and together in compatible equations systems (procedure 2). In order to correct the residuals heteroscedasticity in the volume equations, weight functions obtained from the structure of variance were applied in both procedures, resulting in weighted equations. The performance of the equations was evaluated by means of statistics: Pearson's squared linear correlation coefficient ( $r^2$ ), mean squared error (MSE), standard error of estimate ( $S_{yx}$ ) and Akaike's information criterion (AIC). The cluster and discriminant analyses showed the formation of two age groups: G1- with trees between 0 ± 4 years, and G2- between 4 ± 5 years, allowing to reduce the modeling efforts and increasing the sample size for regression analysis. The weighed taper and volume equations for heteroscedasticity correction, fitted by procedures 1 and 2, showed, in general, good performance according to the fitting and accuracy statistics, being slightly inferior to the unweighed equations. In procedure 1, the equations presented good accuracy for the prediction of  $d_i$ , with average  $S_{yx}$  of 8.22 and 9.34% for the equations with and without application of weights of G1 and G2, respectively; as well as for the prediction of the total volume, with average  $S_{yx}$  of 12.42 and 13.18% for G1 and G2, respectively; however, they resulted in average incompatibility of  $5.94 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ , which limits their use for forest inventory processing. In procedure 2 with the compatible systems, the fitted weighted equations presented

precision similar to procedure 1, both for  $d_i$  prediction, with average  $S_{yx}$  of 8.87 and 9.64% for G1 and G2, respectively; as well as for estimation of total volume, with average  $S_{yx}$  of 11.91 and 13.24% for G1 and G2, respectively; yet, with the benefit of volumetric compatibility. The natural form factor of the trees showed a close average behavior among the different ages (0.37 to 0.50), however, the analysis by tree within each age revealed a greater amplitude of this factor (0.27 to 0.73), which demonstrates the variability in the form of the trees. When the interest is to predict the diameters of the trunk sections ( $d_i$ ) as well as the total volume by assortments of *O. pyramidale*, it is recommended to use compatible equations systems of taper and volume.

**Keywords:** Seemingly unrelated regressions, volumetric incompatibility, form factor, MANOVA, multivariate analysis, balsa-wood.

## 2.1 INTRODUÇÃO

*Ochroma pyramidale* (Cav. ex Lam.) Urb. é uma espécie arbórea tropical que, apesar de ser comumente plantada pela grande demanda de sua madeira no mercado internacional, apresenta uma lacuna de informações técnicas e científicas sobre seu crescimento e produção volumétrica ao longo do tempo (CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2016; 2019).

Devido a essa falta de informações, o estoque de madeira dessa espécie é quantificado nas empresas por meio de *softwares* que se baseiam em fatores de forma e equações genéricas, o que resulta em menor exatidão e maior incerteza nas estimativas (SCHRÖDER; PEREIRA; HOFIÇO, 2013). As altas taxas de crescimento e a variabilidade em DAP e altura, principais variáveis utilizadas para descrever o volume, também contribuem para a incerteza nas estimativas.

A estimativa do volume total individual em espécies florestais é feita, geralmente, por meio de funções de volume e de afilamento ajustadas de forma independente (SANTOS et al., 2019). As funções de volume permitem estimativas diretas, entretanto as funções de afilamento estimam os diâmetros nas alturas desejadas e, a partir dessas, por meio de integração matemática permite estimar os volumes total e parcial das distintas seções do tronco, sendo útil em nível comercial quando há sortimentos e estimativas de volume parciais são necessárias (LI; WEISKITTEL, 2010; MÔRA et al., 2014b).

A incompatibilidade nas estimativas do volume por funções de afilamento e de volume ajustadas de forma independente corresponde a um erro não amostral e representa uma limitação no processamento do inventário florestal. Diante dessa situação, geralmente é feita nas empresas uma ponderação dos resultados obtidos por ambos tipos de funções, mas que acarreta incerteza nas estimativas. Adicionalmente, os estimadores comumente utilizados para o ajuste dessas funções não consideram a covariância entre os resíduos das distintas equações, aumentando as incertezas nas estimativas (DIÉGUEZ-ARANDA, 2006; ZHAO et al., 2019).

Para resolver o problema da incompatibilidade volumétrica, Demaerschalk (1971) idealizou o método de sistemas de equações compatíveis. Conforme esse autor, um sistema de equações é compatível quando a integração da função de afilamento gera estimativas do volume total idênticas à de uma equação de volume que participe do sistema. No ajuste desse tipo de sistemas de equações, deve-se

considerar a covariância dos resíduos (PARRESOL, 1999; 2001; DIÉGUEZ-ARANDA, 2006; ZHAO et al., 2019).

Em trabalhos posteriores, Demaerschalk (1972, 1973a, 1973b) desenvolveu a compatibilidade das funções de volume de Schumacher-Hall (1933) e de Spurr (1952), assim como da função de afilamento de Kozak, Munro e Smith (1969). Após isso, outros sistemas de equações compatíveis têm sido propostos (GOULDING; MURRAY, 1976; McCLURE; CZAPLEWSKI, 1986; FANG; BAILEY, 1999; FANG; BORDERS; BAILEY, 2000; SHARMA; ODERWALD, 2001; DIÉGUEZ-ARANDA, 2006; TANG et al., 2016), e, mais recentemente, o que utiliza a função de afilamento de Max e Burkhardt (1976) idealizado por Zhao et al. (2019).

A compatibilização das funções de Kozak, Munro e Smith (em diante só Kozak) e Max-Burkhardt, assim como de outros modelos de afilamento, resulta em funções de volume total de variável combinada ( $DAP^{2h}$ ) semelhantes com a de Spurr (1952). Essa compatibilidade entre as funções de volume e afilamento não depende do estimador utilizado para obtenção dos coeficientes e sim sistema de equações (DIÉGUEZ-ARANDA, 2006).

Existem três métodos para obter os coeficientes desses sistemas de equações compatíveis: (1) ajustar a função de afilamento e, a partir dela, extrair os coeficientes das funções de volume total e de volume resultante do afilamento; (2) ajustar a equação de volume resultante do afilamento e, a partir dela, obter os coeficientes das outras duas equações mencionadas, e (3) ajustar conjuntamente as equações do sistema, o que gera estimativas compatíveis de volumes total e parciais com menor incerteza (DIÉGUEZ-ARANDA, 2006; ZHAO et al., 2019).

O principal problema para ajustar conjuntamente equações de afilamento e volume em sistemas compatíveis é o número diferente de observações utilizadas para cada tipo de função, pois no ajuste da função de volume é utilizada uma observação de cada variável para cada árvore ( $DAP$  e  $h$ , geralmente), entretanto, no ajuste da função de afilamento são utilizadas tantas observações quanto o número de seções de diâmetro medidas no tronco ( $d_i$ ) (FANG; BAILEY, 1999; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; ROQUE-SOALLEIRO; ROJO-ALBORECA, 2007). A correção desse problema precisa da aplicação de uma função de peso durante o ajuste das equações, o que torna a regressão ponderada.

A heteroscedasticidade, comumente apresentada pelas variâncias dos resíduos na estimativa do volume, requer especial atenção e, a correção desse problema

também precisa da aplicação de funções de peso nos resíduos (DIÉGUEZ-ARANDA, 2006; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; ROQUE-SOALLEIRO; ROJO-ALBORECA, 2007; ZHAO et al., 2019).

No capítulo 1 que trata da relação hipsométrica, tornou-se evidente para a espécie em estudo que as relações do DAP e da altura das árvores variam com a idade dos plantios. Essas duas variáveis têm estreita relação com o volume e, portanto, espera-se que as relações do volume e do afilamento das árvores de *O. pyramidale* variem no povoamento ao longo do seu desenvolvimento, assim como demonstrado para outras espécies (KOHLENER; KOEHLER; FIGUEIREDO-FILHO, 2013, SANTOS et al., 2019).

Devido a essa variação das variáveis que determinam o crescimento da espécie, há a necessidade de desenvolver sistemas de equações compatíveis por idade, ou mesmo por grupos ou classes de idades. Nesse sentido, a estatística multivariada disponibiliza técnicas como as análises de agrupamentos e de discriminante, que permitem comparar as classes de idade com a finalidade de agrupá-las e, assim, reduzir os esforços na modelagem, considerando a correlação existente entre os diâmetros ao longo do fuste.

Diante disso, este trabalho teve como objetivo geral avaliar procedimentos para a modelagem do afilamento e do volume total com casca, assim como o agrupamento das classes de idade de povoamentos da espécie *Ochroma pyramidale* no Equador.

Os objetivos específicos são:

I) Agrupar os dados em função da idade dos povoamentos por meio de técnicas de análise multivariada;

II) Ajustar equações de volume total e de afilamento de forma independente e avaliar seu desempenho e a incompatibilidade das estimativas de volume por hectare (procedimento 1);

III) Ajustar conjuntamente equações de volume total e de afilamento em sistemas de equações compatíveis (procedimento 2) e avaliar seu desempenho;

IV) Comparar o desempenho das funções ajustadas em ambos os procedimentos; e

V) Descrever o fator de forma do tronco das árvores nos povoamentos de *O. pyramidale*.



As hipóteses testadas foram: i) se os sistemas de equações de afilamento e volume ajustados conjuntamente são mais apropriados para a modelagem do volume total das árvores de *O. pyramidale* do que as equações ajustadas de forma independente porque esses sistemas são compatíveis e suas equações são correlacionadas entre si; e ii) que o agrupamento das observações de cubagem dessa espécie por classes de idade é apropriado para a modelagem, dada a similaridade da alometria em relação a idade das árvores.

## 2.2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.2.1 Caracterização da área de estudo e coleta e descrição dos dados

A descrição da área de estudo para a coleta dos dados, consta no capítulo 1 que trata da relação hipsométrica. Para representar os distintos povoamentos, foram selecionadas aleatoriamente 286 árvores em idade entre 0,83 a 5,0 anos, as quais abrangem o período de rotação da espécie.

Para determinar o volume total foi utilizada a fórmula de Smalian. Para isto, os diâmetros com casca das seções ( $d_i$ ) foram medidos inicialmente a 0,1; 0,4; 0,6; 0,8 e 1,3 m da altura do tronco. Em seguida, os  $d_i$  a partir de 1,3 m até a ponta da árvore foram medidos em diferentes alturas, mas evitando os galhos do tronco (ver registro fotográfico em ANEXO 1). Por conta disso, o número total de medições variou, resultando numa média de 15 observações por árvore.

Conforme Şenyurt et al. (2019), o conjunto geral de dados de cubagem foi dividido de forma aleatória em dois, em que 80% das árvores foram utilizadas para o ajuste, denominado de conjunto de dados de ajuste, e o restante dispensável foi utilizado para a validação, denominado de conjunto de dados de validação (TABELA 10). Em ambos conjuntos (ajuste e validação), os dados foram estratificados em quatro classes de idade (I: 0,8 - 2 anos, II: 2 - 3 anos, III: 3 - 4 anos e IV: 4 - 5 anos).

Adicionalmente, com a finalidade de avaliar a incompatibilidade das estimativas do volume em nível de hectare, utilizou-se uma base de dados do inventário florestal contínuo da empresa para representar os povoamentos nas distintas idades. Essa base de dados foi denominada de conjunto de dados do inventário, composta de 34.798 observações coletadas em 1083 parcelas permanentes de 500 m<sup>2</sup> com remediações a cada ano. Considerando as remediações das 1083 parcelas, as unidades amostrais somam 1450 (TABELA 10).

TABELA 10 – DADOS DE CUBAGEM UTILIZADOS PARA O AJUSTE E VALIDAÇÃO DE FUNÇÕES DE AFILAMENTO E DE VOLUME TOTAL, E DADOS DE INVENTÁRIO FLORESTAL UTILIZADOS PARA AVALIAÇÃO DA INCOMPATIBILIDADE VOLUMÉTRICA EM POVOAMENTOS DE *O. pyramidale* NO EQUADOR.

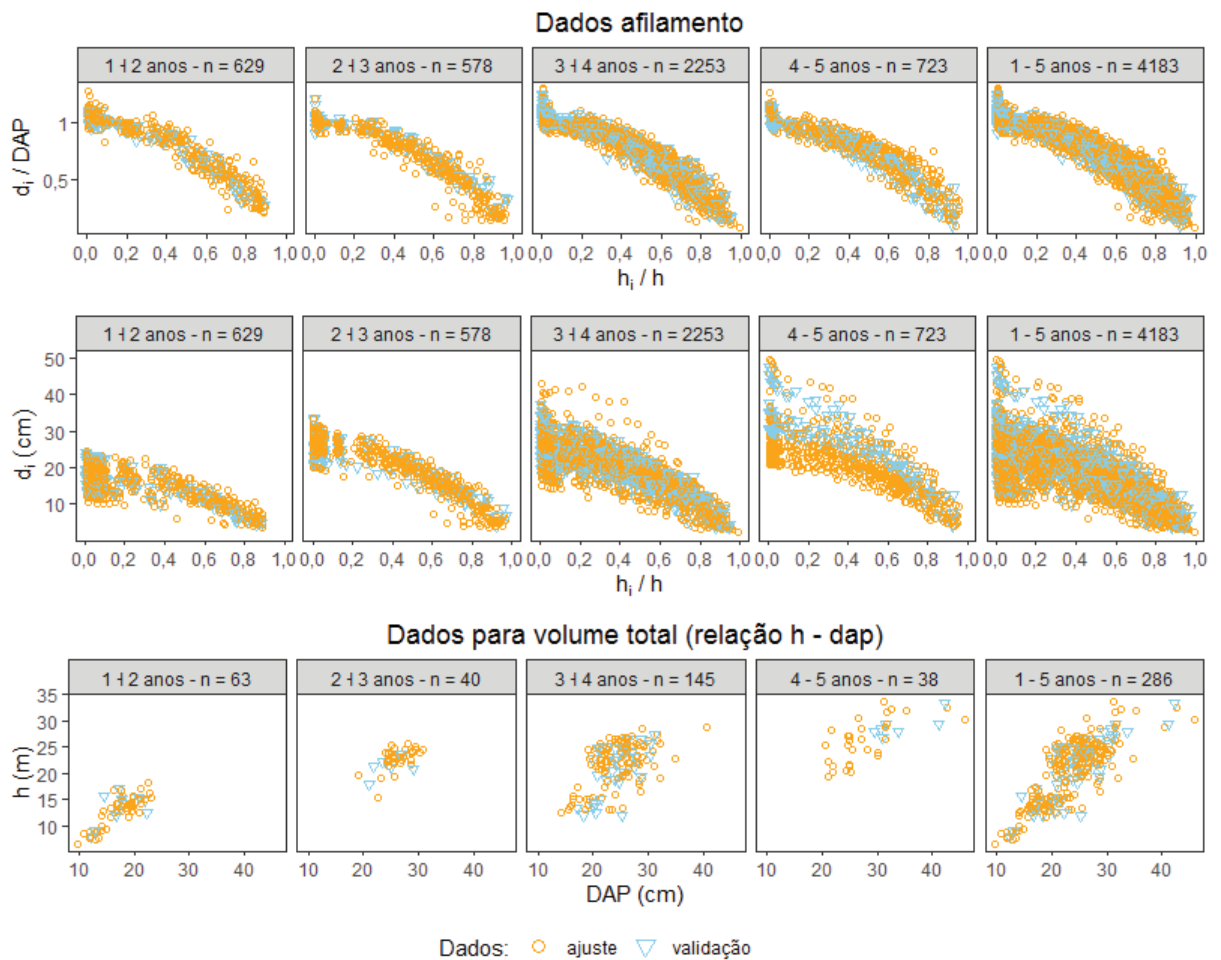
| Classe de idade (anos) | Conjunto de dados de inventário |                   |              | Conjunto de dados de cubagem |                |         |                |           |                |
|------------------------|---------------------------------|-------------------|--------------|------------------------------|----------------|---------|----------------|-----------|----------------|
|                        | Nº de parcelas e remedições     | Nº de observações | Idade (anos) | Geral                        |                | Ajuste  |                | Validação |                |
|                        |                                 |                   |              | Árvores                      | d <sub>i</sub> | Árvores | d <sub>i</sub> | Árvores   | d <sub>i</sub> |
| I: 0 + 2               | 542                             | 16.366            | 0,83         | 15                           | 106            | 13      | 92             | 2         | 14             |
|                        |                                 |                   | 1,60         | 23                           | 281            | 17      | 209            | 6         | 72             |
|                        |                                 |                   | 1,80         | 25                           | 242            | 22      | 214            | 3         | 28             |
|                        |                                 |                   | Subtotal     | 63                           | 629            | 52      | 515            | 11        | 114            |
| II: 2 + 3              | 449                             | 10.061            | 2,70         | 40                           | 578            | 33      | 478            | 7         | 100            |
|                        |                                 |                   | Subtotal     | 40                           | 578            | 33      | 478            | 7         | 100            |
| III: 3 + 4             | 333                             | 6.201             | 3,16         | 45                           | 536            | 33      | 394            | 12        | 142            |
|                        |                                 |                   | 3,20         | 50                           | 846            | 41      | 684            | 9         | 162            |
|                        |                                 |                   | 3,40         | 25                           | 395            | 19      | 299            | 6         | 96             |
|                        |                                 |                   | 3,50         | 20                           | 375            | 14      | 265            | 6         | 110            |
|                        |                                 |                   | 3,90         | 5                            | 101            | 5       | 101            | 0         | 0              |
|                        |                                 |                   | Subtotal     | 145                          | 2.253          | 112     | 1.743          | 33        | 510            |
| IV: 4 - 5              | 126                             | 2.170             | 4,50         | 6                            | 143            | 4       | 93             | 2         | 50             |
|                        |                                 |                   | 4,60         | 22                           | 380            | 19      | 324            | 3         | 56             |
|                        |                                 |                   | 5,00         | 10                           | 200            | 8       | 158            | 2         | 42             |
|                        |                                 |                   | Subtotal     | 38                           | 723            | 31      | 575            | 7         | 148            |
| TOTAL                  | 1.450                           | 34.798            |              | 286                          | 4.183          | 228     | 3.311          | 58        | 872            |

Em que: d<sub>i</sub> é o diâmetro da seção.

FONTE: O autor (2020).

A dispersão dos dados nos conjuntos de ajuste e de validação utilizados para modelagem e estimativa pelas funções de afilamento e de volume, foi verificada por classes de idade (FIGURA 11).

FIGURA 11 DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DE CUBAGEM POR CLASSES DE IDADE NOS CONJUNTOS DE AJUSTE E VALIDAÇÃO UTILIZADOS PARA A MODELAGEM DO AFILAMENTO E DO VOLUME TOTAL EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR.



FONTE: O autor (2020).

Uma análise das principais estatísticas descritivas para os conjuntos de dados de ajuste e validação estratificados por classes de idade encontra-se apresentada na TABELA 11. Os valores médios e máximo, evidenciam o rápido crescimento das árvores.

TABELA 11 – ESTATÍSTICA DESCRITIVA DOS DADOS DE CUBAGEM NOS CONJUNTOS DE AJUSTE E VALIDAÇÃO UTILIZADOS PARA A MODELAGEM DO AFILAMENTO E DO VOLUME TOTAL EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Classe de idade (anos) | Variável | Ajuste |       |       |       |       | Validação |       |       |       |       |
|------------------------|----------|--------|-------|-------|-------|-------|-----------|-------|-------|-------|-------|
|                        |          | n      | Min.  | Méd.  | Máx.  | CV%   | n         | Min.  | Méd.  | Máx.  | CV%   |
| Geral                  | 1 - 5    | 228    | 9,80  | 23,47 | 45,80 | 23,46 | 58        | 12,30 | 24,18 | 42,30 | 24,31 |
| I                      | 1 + 2    | 52     | 9,80  | 17,20 | 23,20 | 19,53 | 11        | 12,30 | 17,43 | 22,30 | 19,05 |
| II                     | 2 + 3    | 33     | 19,00 | 26,18 | 30,70 | 9,36  | 7         | 21,00 | 24,84 | 29,00 | 11,71 |
| III                    | 3 + 4    | 112    | 14,10 | 24,36 | 40,60 | 18,14 | 33        | 17,10 | 24,15 | 31,20 | 15,07 |
| IV                     | 4 + 5    | 31     | 20,60 | 27,81 | 45,80 | 21,14 | 7         | 29,50 | 34,29 | 42,30 | 15,37 |
| Geral                  | 1 - 5    | 228    | 6,52  | 20,48 | 33,70 | 27,87 | 58        | 7,90  | 20,30 | 33,40 | 28,54 |
| I                      | 1 + 2    | 52     | 6,52  | 12,82 | 18,30 | 22,70 | 11        | 7,90  | 13,34 | 17,00 | 21,14 |
| II                     | 2 + 3    | 33     | 15,43 | 22,78 | 25,60 | 9,13  | 7         | 17,87 | 21,51 | 23,80 | 9,44  |
| III                    | 3 + 4    | 112    | 12,40 | 21,79 | 28,90 | 19,00 | 33        | 11,90 | 20,51 | 27,35 | 22,87 |
| IV                     | 4 + 5    | 31     | 19,40 | 26,13 | 33,70 | 15,77 | 7         | 26,80 | 29,04 | 33,40 | 7,27  |
| Geral                  | 1 - 5    | 3.311  | 2,50  | 19,79 | 49,60 | 36,18 | 872       | 3,50  | 20,47 | 47,50 | 36,73 |
| I                      | 1 + 2    | 515    | 3,65  | 15,25 | 24,70 | 31,41 | 114       | 4,35  | 14,92 | 23,87 | 31,17 |
| II                     | 2 + 3    | 478    | 3,80  | 20,38 | 33,30 | 34,94 | 100       | 3,90  | 19,84 | 33,50 | 33,42 |
| III                    | 3 + 4    | 1.743  | 2,50  | 20,14 | 42,80 | 34,16 | 510       | 3,50  | 20,30 | 37,30 | 31,48 |
| IV                     | 4 - 5    | 575    | 4,00  | 22,31 | 49,60 | 35,81 | 148       | 4,00  | 25,72 | 47,50 | 37,95 |

Em que: n significa o número de árvores; DAP é o diâmetro à altura do peito; h é altura total;  $d_i$  é o diâmetro da seção; Mín. significa o valor mínimo; Méd. significa o valor médio; Máx. significa o valor máximo e CV% é o coeficiente de variação.

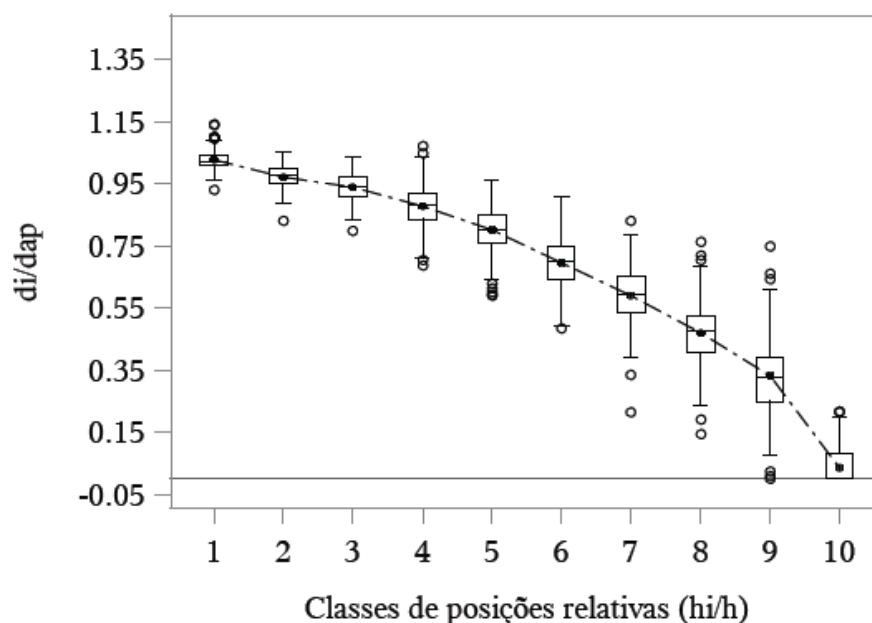
FONTE: O autor (2020).

Observa-se ainda, na TABELA 11, que os valores mínimo e médio em h e DAP para a classe III são inferiores aos da classe II, tanto no conjunto de dados de ajuste como de validação. Essa situação pode estar relacionada com as limitações que houve na amostragem da classe II, em que foram coletadas informações de árvores com apenas uma idade (2,7 anos), conforme apresentado na TABELA 10.

Os  $d_i$  foram agrupados em dez classes de altura relativas para representar o perfil do tronco das árvores desde a base até a ponta. Esse agrupamento foi utilizado para avaliar o comportamento dos dados tanto pela análise descritiva como pela análise multivariada, mas não para o ajuste das funções afilamento.

Essas classes de altura relativas ( $C_i = h_i / h$ ) foram compostas da seguinte forma: a classe 1 corresponde ao intervalo 0 - 10%, a classe 2 é de 10 + 20%, a classe 3 é de 20 + 30%, a classe 4 é de 30 + 40%, a classe 5 é de 40 + 50%, a classe 6 é de 50 + 60%, a classe 7 é de 60 + 70%, a classe 8 é de 70 + 80%, a classe 9 é de 80 + 90% e a classe 10 é de 90 + 100%. A partir dessas classes, e como complemento da análise descritiva, realizou-se um gráfico boxplot para avaliar o comportamento da relação  $d_i / DAP$  ao longo por perfil do tronco em posições relativas (FIGURA 12).

FIGURA 12 - BOXPLOT DOS DADOS DE CUBAGEM POR CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

Observa-se ainda, na FIGURA 12, que ao longo do tronco a variação da relação  $d_i / DAP$  é maior na classe 4 (30 - 40%), assim como nas classes 7 (60 - 70%) até a ponta (90 - 100%). A classe 9 (80 - 90%) é a de maior amplitude e a classe 1 (0 - 10%) a de menor. Contudo, essa última apresentou maior quantidade de valores discrepantes de diâmetro fora dos limites superior e inferior do boxplot.

### 2.2.2 Análise da forma do tronco das árvores

Fatores de forma são utilizados para se obter uma estimativa rápida e aproximada do volume das árvores. Vários tipos de fatores tem sido propostos, entre eles o fator de forma natural ( $f_{0,1}$ ) dado pela razão entre o volume de cada árvore e o volume do cilindro geométrico com dimensões determinadas pelo diâmetro da árvore medido à 0,1 m acima do solo e a sua altura total. O comportamento do fator de forma médio e individual por classes de idade foi avaliado ao longo da idade da espécie.

### 2.2.3 Procedimento 1 – equações de afilamento e volume ajustadas de forma independente

Para a estimativa do volume total por meio de funções ajustadas de forma independente (procedimento 1), foram utilizadas duas funções de afilamento

(equações 16 e 18) com suas respectivas integrais (equações 17 e 19) e duas funções de volume (equações 20 e 21), as quais estão apresentados na TABELA 12. Para o ajuste das equações 16, 20 e 21 utilizou-se o método de mínimos quadrados ordinários (*Ordinary Least Square* - OLS), enquanto para o ajuste da equação 18 aplicou-se o método de máxima verossimilhança com o algoritmo de Gauss-Newton.

TABELA 12 - FUNÇÕES DE AFILAMENTO E DE VOLUME AJUSTADAS PELO PROCEDIMENTO 1 PARA ESTIMATIVA DO VOLUME TOTAL E DOS  $d_i$  POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Descrição               | Autor                       | Modelo   | Eq.  |
|-------------------------|-----------------------------|--|------|
|                         | Kozak,                      | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right)^2 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \frac{h_i}{h} + \hat{\beta}_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 + \varepsilon$  | (16) |
|                         | Munro e<br>Smith (1969)     | $v = k DAP^2 \hat{\beta}_0 (h_2 - h_1) + \frac{\hat{\beta}_1}{2h} (h_2^2 - h_1^2) + \frac{\hat{\beta}_2}{3h^2} (h_2^3 - h_1^3) + \varepsilon$  | (17) |
|                         |                             | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right)^2 = \hat{\beta}_1 \left(\frac{h_i}{h} - 1\right) + \hat{\beta}_2 \left(\left(\frac{h_i}{h}\right)^2 - 1\right) + \hat{\beta}_3 \left(\hat{a}_1 - \frac{h_i}{h}\right)^2 I_1 + \hat{\beta}_4 \left(\hat{a}_2 - \frac{h_i}{h}\right)^2 I_2 + \varepsilon$  | (18) |
|                         |                             | Onde: $I_1 = \begin{cases} 1 \text{ se } \frac{h_i}{h} \leq \hat{a}_1 \\ 0 \text{ se } \frac{h_i}{h} > \hat{a}_1 \end{cases}; I_2 = \begin{cases} 1 \text{ se } \frac{h_i}{h} \leq \hat{a}_2 \\ 0 \text{ se } \frac{h_i}{h} > \hat{a}_2 \end{cases}$   |      |
| Afilamento<br>( $d_i$ ) | Max e<br>Burkhart<br>(1976) | $v = k DAP^2 h \left[ \frac{\hat{\beta}_2}{3} \left( \left( \frac{h_2}{h} \right)^3 - \left( \frac{h_1}{h} \right)^3 \right) + \frac{\hat{\beta}_1}{2} \left( \left( \frac{h_2}{h} \right)^2 - \left( \frac{h_1}{h} \right)^2 \right) - \left( \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \right) \left( \left( \frac{h_2}{h} \right) - \left( \frac{h_1}{h} \right) \right) - \frac{\hat{\beta}_3}{3} \left( \left( \hat{a}_1 - \frac{h_2}{h} \right)^3 I_1 - \left( \hat{a}_1 - \frac{h_1}{h} \right)^3 j_1 \right) - \frac{\hat{\beta}_4}{3} \left( \left( \hat{a}_2 - \frac{h_2}{h} \right)^3 I_2 - \left( \hat{a}_2 - \frac{h_1}{h} \right)^3 j_2 \right) + \varepsilon \right]$ | (19) |
|                         |                             | Onde: $I_1 = \begin{cases} 1 \text{ se } \frac{h_2}{h} \leq \hat{a}_1 \\ 0 \text{ se } \frac{h_2}{h} > \hat{a}_1 \end{cases}; I_2 = \begin{cases} 1 \text{ se } \frac{h_2}{h} \leq \hat{a}_2 \\ 0 \text{ se } \frac{h_2}{h} > \hat{a}_2 \end{cases};$<br>$j_1 = \begin{cases} 1 \text{ se } \frac{h_1}{h} \leq \hat{a}_1 \\ 0 \text{ se } \frac{h_1}{h} > \hat{a}_1 \end{cases}; j_2 = \begin{cases} 1 \text{ se } \frac{h_1}{h} \leq \hat{a}_2 \\ 0 \text{ se } \frac{h_1}{h} > \hat{a}_2 \end{cases}$  |      |
| Volume<br>( $v$ )       | Schumacher<br>e Hall (1933) | $\ln(v) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \ln(DAP) + \hat{\beta}_2 \ln(h) + \varepsilon$   | (20) |
|                         | Spurr (1952)                | $v = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 DAP^2 h + \varepsilon$  | (21) |

Em que:  $v$  é o volume total ( $m^3$ );  $h$  é a altura total (m);  $h_i$  é a altura da seção (m);  $h_1$  é altura da seção na base (m);  $h_2$  é altura da seção na ponta (m);  $d_i$  é o diâmetro da seção (cm); DAP é o diâmetro à altura do peito (cm);  $\hat{a}_1$ ,  $\hat{a}_2$ ,  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$ ,  $\hat{\beta}_3$  e  $\hat{\beta}_4$  são os coeficientes da regressão;  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $j_1$  e  $j_2$  são condicionantes da equação;  $\ln$  significa logaritmo natural;  $\varepsilon$  significa erro estatístico e Eq. significa equação.

FONTE: O autor (2020).

A equação obtida pela função de afilamento para estimar o volume parcial das árvores é comumente chamada de equação de volume comercial. Neste trabalho, será usada para estimar o volume total, assim receberá simplesmente o nome de equação de volume da função de afilamento.

A avaliação da incompatibilidade ( $I_c$ ) dada pela diferença entre o volume total estimado pelas funções de volume ( $v.fv$ , em  $m^3ha^{-1}$ ) e de afilamento ( $v.fa$ , em  $m^3ha^{-1}$ ) ajustadas de forma independente, foi realizada após extrapolar os resultados em nível de hectare (equação 22). Para essa análise, foi utilizado o conjunto de dados de inventário descrito na TABELA 10.

$$I_c = v.fv - v.fa \quad (22)$$

#### 2.2.4 Procedimento 2 – equações de afilamento e volume ajustadas de forma conjunta a partir de sistemas de equações compatíveis

As funções utilizadas nos ajustes independentes pelo procedimento 1 (TABELA 12), possuem sistemas de equações compatíveis de afilamento e de volume propostos em outros trabalhos, os quais foram utilizados para estimativa dos  $d_i$  e do volume total pelo procedimento 2 (TABELA 13).



TABELA 13 - SISTEMAS DE EQUAÇÕES COMPATÍVEIS AJUSTADOS PELO PROCEDIMENTO 2 PARA A ESTIMATIVA DO VOLUME TOTAL E DOS di POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Autor modelo                | Sistema de equações compatível  | Eq.              | Autor/Fonte compatibilização  |
|-----------------------------|---|------------------|---|
| Kozak, Munro e Smith (1969) | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right)^2 = \hat{\beta}_1 \left(\frac{h_i^2}{h^2} - 1\right) - \hat{\beta}_2 \left(\frac{h_i}{h} - 1\right) + \varepsilon$  | (23)             | Demaerschalk (1973a), Álvarez-González; Roque-Soalleiro; Rojo-Alboreca (2007) |
|                             | $v = k \left(\frac{\hat{\beta}_2}{2} - \frac{2*\hat{\beta}_1}{3}\right) DAP^2 h + \varepsilon$  | (24)             |   |
| Max e Burkhardt (1976)      | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right)^2 = \hat{\beta}_1 \left(\frac{h_i}{h} - 1\right) + \hat{\beta}_2 \left(\left(\frac{h_i}{h}\right)^2 - 1\right) + \hat{\beta}_3 \left(\hat{a}_1 - \frac{h_i}{h}\right)^2 I_1 + \hat{\beta}_4 \left(\hat{a}_2 - \frac{h_i}{h}\right)^2 I_2 + \varepsilon$ | (18)             | Zhao et al. (2019)  |
|                             | Onde: $I_1 = \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{h_i}{h} \leq \hat{a}_1 \\ 0 & \text{se } \frac{h_i}{h} > \hat{a}_1 \end{cases}; I_2 = \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{h_i}{h} \leq \hat{a}_2 \\ 0 & \text{se } \frac{h_i}{h} > \hat{a}_2 \end{cases}$                              |                  |   |
|                             | $v = k \left(\frac{\hat{\beta}_3 \hat{a}_1^3 + \hat{\beta}_4 \hat{a}_2^3}{3} - \frac{\hat{\beta}_1}{2} - \frac{2\hat{\beta}_2}{3}\right) DAP^2 h + \varepsilon$   | (25)             |   |
|                             | $\ln(v) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \ln(DAP) + \hat{\beta}_2 \ln(h) + \varepsilon$  | (20)             |   |
| Schumacher e Hall (1933)    | $\ln(d_i) = b_0 + b_1 \ln(DAP) + b_2 \ln(l) + b_3 \ln(h) + \varepsilon$   | (26)             | Demaerschalk (1972, 1973a, 1973b)   |
|                             | $b_0 = \ln\left(e^{\hat{\beta}_0} p \frac{\hat{\beta}_2}{k}\right)^{0,5}; b_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{2}; b_2 = \frac{p(\hat{\beta}_2 - 1)}{2}; b_3 = \frac{(1-p)\hat{\beta}_2}{2}$  | (27, 28, 29, 30) |   |
|                             | $v = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 DAP^2 h + \varepsilon$   | (21)             |   |
| Spurr (1952)                | $\left(\frac{d_i}{DAP}\right)^2 = b_0 \frac{l^{b_1}}{DAP^{2*h^{(b_1+1)}}} + b_2 \left(\frac{l}{h}\right)^{b_3} + \varepsilon$   | (31)             | Demaerschalk (1973a, 1973b)   |
|                             | $b_0 = \hat{\beta}_0 * \frac{p+1}{k}; b_1 = p; b_2 = \frac{\hat{\beta}_1 * (q+1)}{k}; b_3 = q$  | (32, 33, 34, 35) |   |

Em que: v é o volume total (m³); h é a altura total (m); h<sub>i</sub> é altura da seção (m); d<sub>i</sub> é o diâmetro da seção (cm); DAP é o diâmetro à altura do peito (cm); â<sub>1</sub>, â<sub>2</sub>, β̂<sub>0</sub>, β̂<sub>1</sub>, β̂<sub>2</sub>, β̂<sub>3</sub> e β̂<sub>4</sub> são os coeficientes da regressão; p e q são os coeficientes livres da regressão; b<sub>0</sub>, b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, e b<sub>3</sub> são coeficientes obtidos a partir dos coeficientes da regressão; k é igual a π/40000; ln significa logaritmo natural; l = h - h<sub>i</sub>; ε significa erro estatístico e Eq. significa equação.

FONTE: O autor (2020).

Para contornar o problema do número diferente de observações utilizadas para cada tipo de função, Diéguez-Aranda et al. (2006) e Álvarez-González, Roque-Soalleiro e Rojo-Alboreca (2007) propuseram fazer o ajuste considerando uma matriz de pesos (w<sub>1</sub>) que pondera as variáveis em função do número de observações (equação 36).

$$w_1 = \frac{1}{n} \quad (36)$$

Uma dificuldade adicional no ajuste de funções para estimativa do volume é a violação de uma das condicionantes requeridas para a aplicação de análise de regressão, a heteroscedasticidade das variâncias dos resíduos que ocorre comumente nas equações de volume. Para resolver isso e validar as estatísticas das distribuições t e F (DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; TANG et al., 2016), aplicou-se na ponderação uma segunda matriz de pesos ( $w_2$ ) obtida por meio de uma função exponencial, que permite modelar a variância dos resíduos ( $\sigma^2$ , equação 37) (PARRESOL, 2001; KUTNER; NACHTSHEIM; NETER, 2005; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; ROQUE-SOALLEIRO; ROJO-ALBORECA, 2007).

$$\sigma^2 = x_i^k = w_2 \quad (37)$$

Em que  $x_i$  corresponde às distintas variáveis independentes de cada modelo e o coeficiente  $k$  resulta da otimização proposta por Harvey (1976), a qual consiste em utilizar os resíduos da equação ajustada sem pesos ( $\hat{\epsilon}_i^2$ ) como variável dependente, para ajustar uma regressão em um modelo exponencial de variância do erro (equação 38).

$$\hat{\epsilon}_i^2 = a + x_i^k \quad \text{ou:} \quad \ln(\hat{\epsilon}_i^2) = a + k \ln(x_i) \quad (38)$$

Combinando as matrizes obtidas para a correção do diferente número de observações ( $w_1$ ) e para resolver o problema da heteroscedasticidade ( $w_2$ ) na análise de regressão, obteve-se a função de pesos que considera a estrutura da variância dos resíduos, a qual é utilizada durante o processo de ajuste para obtenção dos coeficientes (equação 39).

$$w = \frac{1}{\sqrt{(n w_2)}} \quad (39)$$

Na presente pesquisa, foram desenvolvidas funções de peso para os modelos de Spurr e Schumacher-Hall por grupos de idade, e aplicadas tanto nos ajustes independentes como nos sistemas compatíveis. No caso das funções de afilamento

de Kozak, Munro e Smith (1969) e de Max e Burkhardt (1976) não apresentaram heterogeneidade na distribuição dos resíduos pelos ajustes independentes e, portanto, não foi necessário aplicar funções de peso. Caso contrário ocorreu no ajuste das equações compatíveis de volume (equações 24 e 25), contudo, e devido essas equações resultarem em uma função semelhante à de Spurr (equação 21), foram aplicadas as mesmas funções de peso ajustadas para esse último modelo.

O ajuste dos sistemas de equações compatíveis foram realizados pela aplicação de regressões aparentemente não relacionadas - SUR (*Seemingly Unrelated Regression* - SUR), o qual foi idealizado por Zellner (1962), inicialmente aplicada para modelos lineares, mas que foi ampliado para modelos não lineares (*Non-linear SUR* - NSUR). Quando aplicadas funções de peso no ajuste para a ponderação dos resíduos, utilizou-se os procedimentos WSUR e WNSUR - *Weighted SUR* e *Weighted NSUR*, respectivamente (PARRESOL, 1999; 2001).

O estimador SUR leva em consideração a correlação existente entre os erros (e) das equações do sistema compatível, por meio de uma matriz de covariância (cov), em que  $cov(e_i, e_j) \neq 0$  para os pares de  $i$  e  $j$  (PARRESOL, 1999; 2001; DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; ROQUE-SOALLEIRO; ROJO-ALBORECA, 2007; ZHAO et al., 2019). Conforme os supracitados autores, isso torna o procedimento mais eficiente para a obtenção de coeficientes com menor erro padrão, o que permite obter estimativas mais confiáveis ou com menos incertezas.

#### 2.2.5 Análise multivariada e formação de grupos por classes de idade para a modelagem pelos procedimentos 1 e 2

A formação dos grupos em função da idade das árvores foi baseada em técnicas de análise multivariada, que se resume em:

- 1) Aplicação de análise de variância multivariada (MANOVA) para verificar se há diferenças de diâmetros nas diferentes alturas do fuste em função da idade das árvores;
- 2) Caso existam diferenças, avaliar se os diâmetros ao longo do fuste separam as árvores em classes de idade, utilizando-se a análise discriminante;
- 3) Avaliar se os valores médios de diâmetro ao longo do fuste se agrupam de maneira coerente em função da idade utilizando-se análise de agrupamentos, conforme os resultados obtidos na análise discriminante para todas as árvores.

A MANOVA foi aplicada para testar diferenças entre os vetores de médias dos  $d_i$  em classes de altura relativa, utilizando as classes de idade como fator. A MANOVA considera a correlação entre as observações ( $d_i$  nas diferentes classes de altura relativas) e permite verificar semelhanças estatísticas entre distintos grupos ou classes (RENCHEER, 2002; JOHNSON; WICHERN, 2007), por exemplo, a idade. A hipótese de nulidade da MANOVA foi verificada pelos seguintes testes, que consideram a matriz de variância e covariância: Traço de Pillai, Lambda de Wilks, Traço de Hotelling e Maior Raiz de Roy a 95% de probabilidade.

Uma vez verificado pela MANOVA que há pelo menos uma classe de idade diferente, a análise discriminante foi aplicada com a finalidade de determinar quais são as variáveis independentes, neste caso as classes de altura relativas, que melhor discriminam as classes de idade para verificar seu agrupamento.

Na análise discriminante, utilizou-se a MANOVA com os dados individuais para realizar a combinação linear das variáveis independentes, com objetivo de criar as funções que possibilitam alocar novas observações de maneira mais apropriada em grupos pré-estabelecidos (RENCHEER, 2002; JOHNSON; WICHERN, 2007; KILCA et al., 2015). O desempenho das funções discriminantes foi avaliado pela matriz de confusão, assim como os resultados dos autovalores, a matriz de estrutura e, por fim, a análise discriminante gráfica.

Para a análise discriminante gráfica foram aplicadas as duas melhores funções discriminantes obtidas aos valores individuais de  $d_i$  / DAP por classes de altura relativa. Dado que todas as variáveis independentes (alturas relativas) possuem a mesma escala na variável resposta ( $d_i$  / DAP), utilizou-se nesta análise os coeficientes das funções não padronizadas. Dessa forma, são obtidas as funções canônicas discriminantes, cujos valores médios por classe de idade representam os centróides das respectivas classes.

Os centróides tornam-se importantes, porque constituem o ponto de referência para alocação de novas observações nos distintos grupos, usando algum tipo de distância como referência (GERHARDT et al., 2001, KILCA et al., 2015). No entanto, neste trabalho, e conforme sugerido por Johnson e Wichern (2007) para os casos em que duas funções discriminantes são utilizadas na classificação dos dados, os centróides foram considerados como critério de decisão para a definição do agrupamento. Nesse sentido, os valores desses centróides para cada função

discriminante, foram utilizados como uma espécie de “coordenadas cartesianas” para alocar pontos que os representam no espaço bidimensional discriminante.

Valores de centróides próximos a zero indicam que as observações de cada grupo não são muito diferentes em relação às demais, entretanto, valores de centróide que se afastam de zero, indicam a formação de grupos isolados. Logo, se a idade for um fator determinante na relação  $d_i$  / DAP ao longo por perfil do tronco, todos os grupos de idade terão um centróide que se afasta de zero. Se houver um confundimento de outros fatores (não considerados) conjuntamente com a idade, os grupos terão centróides próximos de zero.

Como complemento à análise discriminante, realizou-se a análise de agrupamentos, a qual se baseia na maximização da homogeneidade dentro dos grupos – similaridade, e na maximização da heterogeneidade entre eles - dissimilaridade (ANDERBERG, 1973; RENCHER, 2002). Essa análise permitiu avaliar semelhanças para o comportamento médio da relação  $d_i$  / DAP ao longo do tronco entre as distintas classes de idade, assim como o possível agrupamento delas.

Para a análise de agrupamentos, foi utilizado o método hierárquico de ligação simples por conglomerados e a distância euclidiana como medida de similaridade, resultando um dendrograma que sintetiza o processo de agrupamento, e que permite observar todas as etapas do procedimento hierárquico junto com as distâncias nas quais os grupos são formados (RENCER, 2002; JOHNSON; WICHERN, 2007).

Avaliou-se o grau de deformação provocado pela construção do dendrograma por meio do coeficiente de correlação cofenética, o qual se baseia na correlação linear de Pearson para verificar o grau de associação entre os índices de similaridade da matriz original e os índices reconstituídos pelo dendrograma (SOKAL; ROHLF, 1962; ALBUQUERQUE et al., 2015).

O número de grupos nessa análise de agrupamentos foi definido pelo critério da linha de *phenon* proposta por Sneath e Sokal (1962, 1973), os quais salientam que o ponto de traçado dessa linha no dendrograma pode variar em cada área da ciência com base no critério dos pesquisadores. Nesse sentido, e com base em outros trabalhos da área florestal em que foi realizada análise de agrupamentos (GERHARDT et al., 2001; ALBUQUERQUE et al., 2006; EBLING et al., 2013; ALBUQUERQUE et al., 2015), a linha de *phenon* foi traçada a 50% da distância euclidiana.

Para a escolha desse ponto de traçado da linha de *phenon*, foi também levado em consideração o fato de a distância média ter sido utilizada como critério na análise discriminante para avaliação dos dados individuais das árvores. Logo, espera-se que na análise de agrupamentos, quando são avaliadas as médias, esse critério seja um bom classificador.

#### 2.2.6 Estatísticas de ajuste, medidas de precisão e processamento dos dados para a modelagem

A avaliação do desempenho das funções ajustadas baseou-se nas seguintes estatísticas de ajuste e precisão: correlação linear de Pearson ao quadrado ( $r^2$ ) entre os valores observados e estimados, erro quadrático médio (EQM), erro padrão da estimativa ( $S_{yx}\%$ ) e critério de informação de Akaike (AIC) como medidas de acuidade, além da análise gráfica dos resíduos. Equações que apresentem baixo  $S_{yx}$  ( $\pm 10\%$ ), alto  $r^2$  ( $\geq 0,90$ ) e menor EQM e AIC, serão consideradas como de bom desempenho. Avaliou-se também a normalidade dos resíduos por meio do gráfico Normal Quantil-Quantil (QQ-plot).

Com base nessas estatísticas, realizou-se o ranqueamento das equações ajustadas para estimativa dos  $d_i$  e do volume em duas fases: primeira, foi feita a avaliação das equações separadamente por tipo de funções (afilamento e volume) nos procedimentos 1 e 2; segunda, realizou-se apenas no procedimento 2 e com a finalidade de estabelecer o melhor sistema de equações compatível, uma avaliação geral de desempenho considerando o ranqueamento das funções tanto para estimativa dos  $d_i$  como do volume.

As análises multivariadas e seus respectivos gráficos foram realizadas por meio do *software* IBM® SPSS® Statistic versão 19 (IBM, 2011). Parte do processamento dos dados foi efetuado com o *software* R, versão 3.6.1 (R CORE TEAM, 2019). Para isso, utilizou-se as funções *lm* e *nls* no ajuste independente das funções de volume e de afilamento lineares e não lineares, respectivamente. Os gráficos de normalidade foram construídos com a função *qqnorm*, enquanto para os gráficos de ajuste e de resíduos foi utilizado o pacote *ggplot2* desenvolvido por Wickham (2018).

Os ajustes dos sistemas de equações compatíveis foram executados por meio do *software* SAS® Studio (SAS INSTITUTE INC., 2019), com uso dos procedimentos

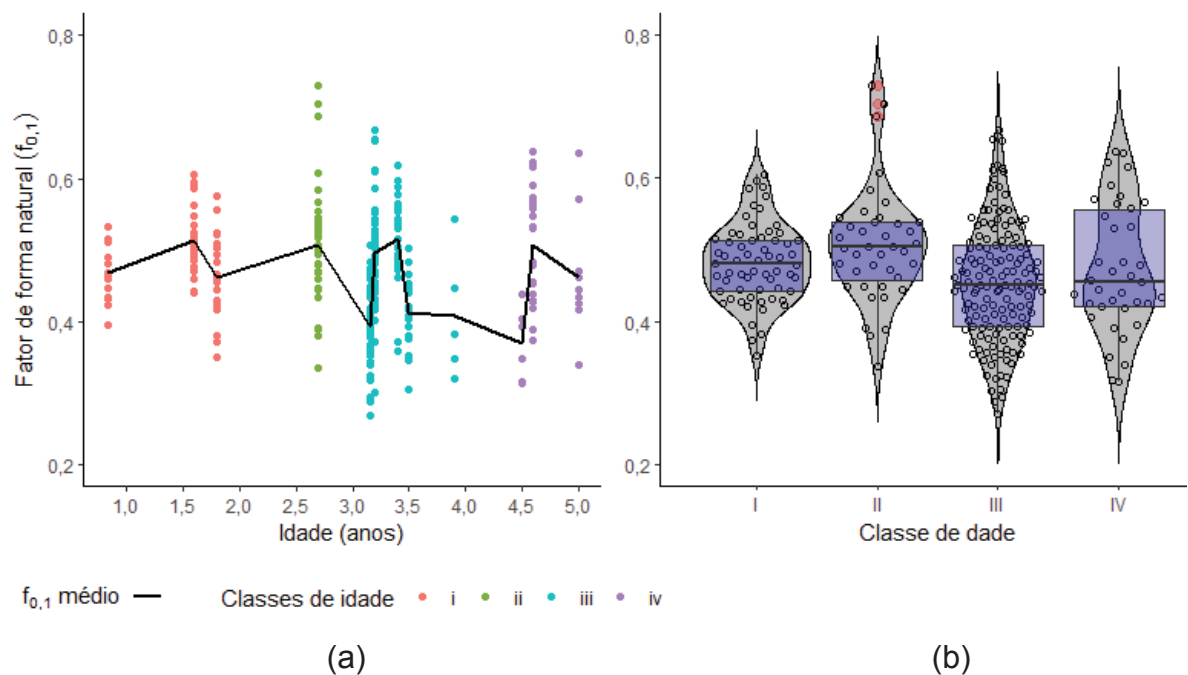
PROC MODEL, FIT, RESID e SUR. Usou-se esse *software* também para a elaboração do gráfico box-plot dos di em classes de altura relativas para representar o perfil do fuste (FIGURA 12), assim como para calcular a matriz de correlação contemporânea a partir da matriz de covariância do melhor sistema compatível de equações ajustado.

## 2.3 RESULTADOS

### 2.3.1 Análise da forma do tronco das árvores

Na avaliação da forma das árvores, observou-se que o fator de forma natural ( $f_{0,1}$ ) médio por idade (linha contínua na FIGURA 13a) varia de 0,370 a 0,500. No entanto, a análise por árvore revela maior amplitude do  $f_{0,1}$  com valores entre 0,270 (3,16 anos) e 0,706 (2,7 anos) e média geral de 0,470.

FIGURA 13 – FATOR DE FORMA NATURAL (a) E ANÁLISE DE DISPERSÃO (b) POR CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

Na FIGURA 13b, que combina os gráficos de densidade *box-plot* e violino para o fator de forma das árvores, observou-se que a sua dispersão se aproxima de uma distribuição normal, principalmente nas classes I, II e III. Registrou-se na classe II alguns valores discrepantes (em vermelho) localizados além do limite interquartílico.



## 2.3.2 Formação dos grupos em relação à idade dos povoamentos

### 2.3.2.1 Análise de variância multivariada

Os testes realizados pela MANOVA para identificar diferenças por classes de idade na relação  $d_i$  / DAP ao longo do tronco, foram todos significativos (TABELA 14). Esses resultados revelam diferenças entre as classes de idade, demonstrando que essa relação muda conforme o desenvolvimento dos povoamentos, sendo possível agrupar algumas classes em relação a idade.

TABELA 14 - RESUMO DA MANOVA PARA AVALIAÇÃO DO  $d_i$  NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE DAS ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Efeito (Fator) | Teste              | Valor | F tabelado | G. L. da hipótese | G. L. do erro | Significância |
|----------------|--------------------|-------|------------|-------------------|---------------|---------------|
| Idade          | Traço de Pillai    | 0,313 | 3,309      | 27                | 768,000       | < 0,01        |
|                | Lambda de Wilks    | 0,718 | 3,310      | 27                | 742,453       | < 0,01        |
|                | Traço de Hotelling | 0,353 | 3,302      | 27                | 758,000       | < 0,01        |
|                | Maior raiz de Roy  | 0,164 | 4,657      | 9                 | 256,000       | < 0,01        |

Em que: G. L. significa graus de liberdade.

FONTE: O autor (2020).

### 2.3.2.2 Análise discriminante

Essa análise, realizada para verificar o agrupamento dos dados pela relação  $d_i$  / DAP em função da idade das árvores, resultou em três funções discriminantes canônicas (TABELA 15). Por meio dos coeficientes padronizados dessas funções discriminantes, foi analisada a importância de cada classe de altura relativa (variável explicativa) para cada função discriminante. Assim, observou-se que os maiores valores de coeficientes em cada classe e, portanto, as maiores diferenças no perfil da árvore ocorrem, de forma geral, até 60% da altura total.

TABELA 15 – COEFICIENTES PADRONIZADOS DAS FUNÇÕES DISCRIMINANTES CANÔNICAS E AUTOVALORES PARA AVALIAÇÃO DOS  $d_i$  NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Classes de $h_i / h$    |        | Função discriminante |        |        |
|-------------------------|--------|----------------------|--------|--------|
|                         |        | 1                    | 2      | 3      |
|                         |        | Coeficientes         |        |        |
| C1                      | 0-10%  | 0,196                | 0,492  | 0,714  |
| C2                      | 10-20% | 0,362                | 0,209  | 0,076  |
| C3                      | 20-30% | -0,567               | -0,973 | 0,634  |
| C4                      | 30-40% | 1,011                | -0,058 | -0,005 |
| C5                      | 40-50% | 0,374                | 0,054  | -0,738 |
| C6                      | 50-60% | -0,795               | 0,302  | 0,021  |
| C7                      | 60-70% | 0,039                | 0,052  | -0,043 |
| C8                      | 70-80% | 0,033                | 0,371  | -0,181 |
| C9                      | 80-90% | -0,346               | 0,113  | 0,167  |
| Autovalores/função      |        |                      |        |        |
| Autovalor               |        | 0,164                | 0,119  | 0,071  |
| Variância explicada (%) |        | 46,4                 | 33,6   | 20,0   |
| Variância acumulada (%) |        | 46,4                 | 80,0   | 100,0  |
| Correlação canônica     |        | 0,375                | 0,326  | 0,257  |

Em que:  $h_i$  significa a altura da seção e  $h$  a altura total.

FONTE: O autor (2020).

A avaliação dos autovalores, ainda na TABELA 15, revelou que a função 1 explicou aproximadamente metade da variabilidade dos dados (46,4%), seguida pela função 2 (33,6%), as quais explicaram em conjunto 80% dessa variação.

Os resultados das correlações entre as classes de altura relativas e as funções discriminantes estão apresentados na matriz de estrutura (TABELA 16). Os valores de correlação, que em alguns casos foram semelhantes com os respectivos coeficientes (TABELA 15), evidenciaram as classes que definem, de forma mais importante, cada função discriminante. Dessa forma, observa-se pela função 1 que houve maior correlação com as classes de altura relativas C2 e C4; pela função 2, a maior correlação foi com as classes C1, C3, C8 e C9; enquanto pela função 3, a maior correlação aconteceu com as classes C1, C5, C7 e C6.

TABELA 16 - MATRIZ DE ESTRUTURA COM AS CORRELAÇÕES DA ANÁLISE DISCRIMINANTE PARA AVALIAÇÃO DOS di NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Classe de $h_i$ / $h$ |        | Função discriminante |        |        |
|-----------------------|--------|----------------------|--------|--------|
|                       |        | 1                    | 2      | 3      |
| C4                    | 30-40% | 0,513                | -0,125 | -0,267 |
| C2                    | 10-20% | 0,346                | -0,261 | 0,004  |
| C3                    | 20-30% | -0,004               | -0,614 | 0,075  |
| C8                    | 70-80% | -0,174               | 0,35   | -0,334 |
| C9                    | 80-90% | -0,294               | 0,309  | -0,195 |
| C1                    | 0-10%  | 0,207                | 0,496  | 0,753  |
| C5                    | 40-50% | 0,208                | -0,096 | -0,509 |
| C7                    | 60-70% | -0,135               | 0,164  | -0,418 |
| C6                    | 50-60% | -0,182               | 0,125  | -0,394 |

Em que:  $h_i$  significa a altura da seção e  $h$  a altura total.

FONTE: O autor (2020).

Observou-se ainda, na TABELA 16, que as funções discriminantes não apresentaram correlação forte com um conjunto de classes que definem uma seção específica do tronco das árvores, à exceção da função 3 que se mostrou mais correlacionada com a parte média do tronco (40-70%, C5 a C7). Isso evidencia, de alguma forma, a irregularidade no afilamento das árvores.

Conforme o resultado geral da matriz de confusão, foram classificados corretamente 39,5% dos dados originais. Na avaliação detalhada (TABELA 17), observa-se que nas classes de idade I, II e IV houve as maiores taxas de acerto na classificação (54,3 a 57,9% na diagonal principal). Em contrapartida, a classe de idade III apresentou a taxa mais baixa de acerto na classificação, com apenas 25,4% dos dados alocados de forma correta. Esses resultados sugerem que as formas individuais de cada árvore são diferentes dentro de uma mesma idade e que somente esse fator não distingue todas as formas.

TABELA 17 - MATRIZ DE CONFUSÃO DA ANÁLISE DISCRIMINANTE PARA AVALIAÇÃO DOS di NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Classe de idade | Grupo de pertença prognosticado (%) |      |      |      | Total |
|-----------------|-------------------------------------|------|------|------|-------|
|                 | 1                                   | 2    | 3    | 4    |       |
| I               | 54,3                                | 17,4 | 19,6 | 8,7  | 100,0 |
| II              | 17,5                                | 55   | 7,5  | 20   | 100,0 |
| III             | 28,2                                | 23,9 | 25,4 | 22,5 | 100,0 |
| IV              | 15,8                                | 18,4 | 7,9  | 57,9 | 100,0 |

FONTE: O autor (2020).

Uma vez aplicadas as funções discriminantes aos dados, foram obtidos os centróides por classe de idade (TABELA 18). A sua espacialização foi utilizada como critério de decisão na análise discriminante gráfica.

TABELA 18 - CENTRÓIDES DOS GRUPOS DA ANÁLISE DISCRIMINANTE PARA AVALIAÇÃO DOS  $d_i$  NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

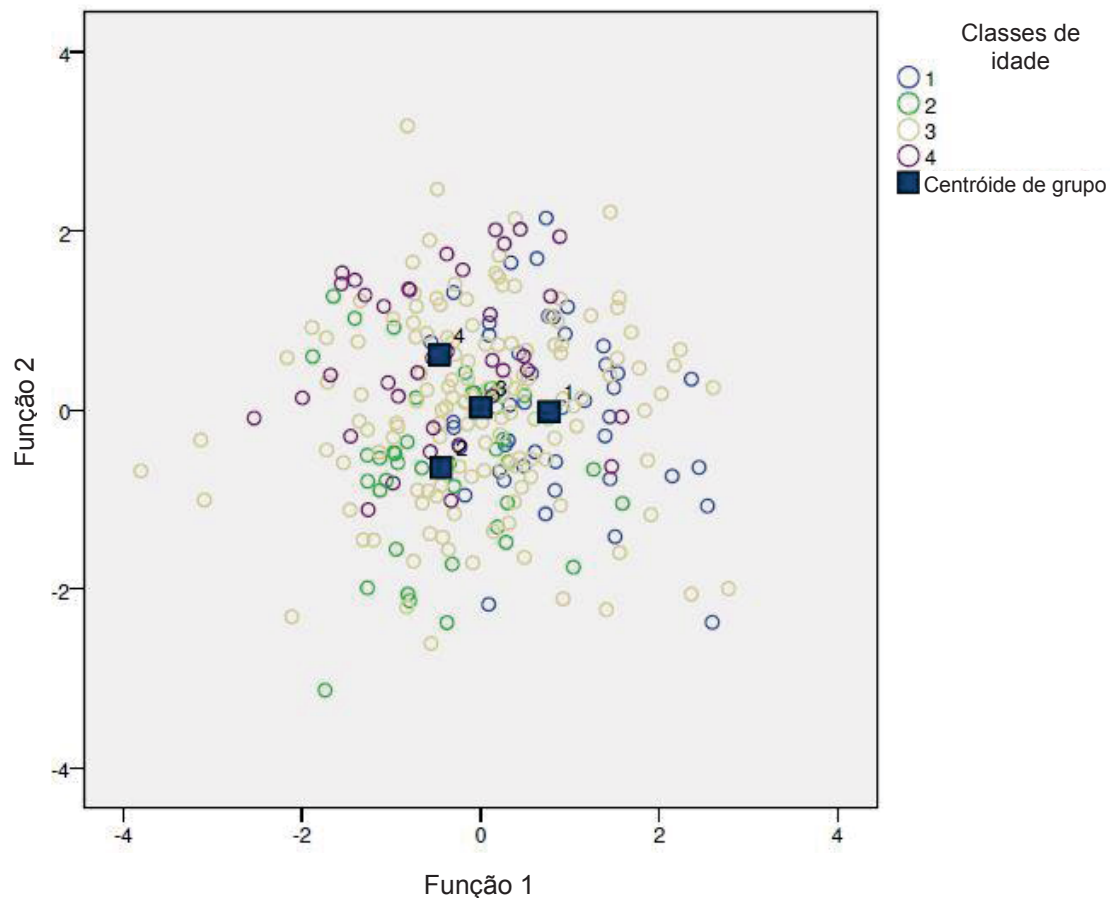
| Classe de idade | Função discriminante |        |        |
|-----------------|----------------------|--------|--------|
|                 | 1                    | 2      | 3      |
| I               | 0,765                | -0,02  | -0,283 |
| II              | -0,444               | -0,646 | -0,244 |
| III             | 0,001                | 0,025  | 0,246  |
| IV              | -0,462               | 0,612  | -0,319 |

FONTE: O autor (2020).

Conforme os resultados dos centróides apresentados na TABELA 18, pode-se deduzir que a classe de idade III, cujos valores estão mais próximos de zero, é a que menos se afasta do centróide geral, o que indica que uma vez aplicadas as funções discriminantes, a nuvem de pontos dessa classe terá maior dispersão na análise gráfica. Valores melhor discriminados são mais afastados de zero, tal e como acontece nas classes II e IV.

A análise discriminante gráfica realizada meio das duas principais funções canónicas, resultou inconclusiva devido aos centróides das classes de idades I e III resultarem posicionados em pontos de indefinição acima das linhas ortogonais que separa os grupos, o que confirma a maior dispersão dos dados individuais nessas classes de idades, principalmente na III, cuja variabilidade se assemelha ou até ultrapassa a de outras classes idades (FIGURA 14).

FIGURA 14 - ANÁLISE DISCRIMINANTE GRÁFICA PARA OS  $d_i$  NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA RELATIVAS EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

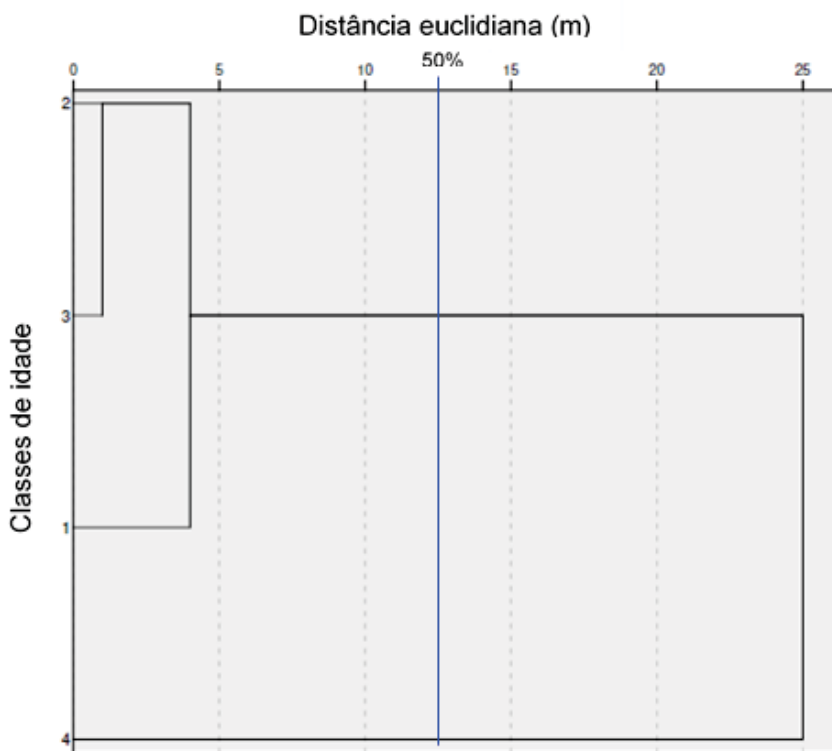
Devido aos centróides das classes de idades I e III terem ficado em pontos de indefinição, houve duas alternativas de agrupamento para cada função discriminante. Pela função discriminante 1, a primeira alternativa seria com as classes de idades II, III e IV (grupo1 - G1) e a classe I (grupo 2 - G2); a segunda opção, menos coerente em termos cronológicos, estaria configurada pelas classes I e III (G1) e pelas classes II e IV (G2). Entretanto, os resultados obtidos pela função discriminante 2 sugerem como primeira alternativa de agrupamento as classes de idades I e II (G1) e as classes III e IV (G2), a segunda opção seria as classes I, II e III (G1) e IV (G2).

Os resultados da análise discriminante gráfica, ainda na FIGURA 14, evidenciaram a grande variabilidade do conjunto de dados e demonstraram que o fator idade não é determinante na relação  $d_i$  / DAP ao longo do tronco das árvores de *O. pyramidale*, portanto, não é um preditor apropriado para separar os perfis de afilamento em classes de idade.

### 2.3.2.3 Análise de agrupamentos

A formação do dendrograma da análise de agrupamentos, para os valores médios, foi consistente, com baixo grau de deformação como demonstrado pelo coeficiente de correlação cofenética (0,9641). As classes II e III apresentaram a menor distância euclidiana e foram as primeiras a serem agrupadas com junto à classe I para configurar o grupo 1, a pouco menos de 20% da distância euclidiana (FIGURA 15). A classe IV apresentou-se diferente das outras quando avaliada na linha de corte a 50% da distância euclidiana e, por isso, configura o grupo 2.

FIGURA 15 - DENDROGRAMA DA ANÁLISE DE AGRUPAMENTOS DOS  $d_i$  NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA EM FUNÇÃO DA IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

O resultado pela análise de agrupamentos foi coerente em termos cronológicos, com as classes de idades I, II e III (1, 2 e 3 na Figura 15) no G1 e a classe IV (4) no G2. Esse resultado coincide com agrupamento obtido pela função discriminante 2. A consistência e coerência desses resultados justificaram a escolha desse agrupamento para a modelagem do afilamento e do volume total nos procedimentos 1 e 2.

### 2.3.3 Estimativa do volume total por meio de funções de afilamento e de volume ajustadas de forma independente (procedimento 1)

Conforme as estatísticas de ajuste e precisão obtidas neste procedimento 1 (TABELA 19), observou-se que as funções de afilamento e de volume ajustadas de forma independente apresentaram desempenho muito semelhante quando comparadas por grupos de idade. Quando aplicados os pesos (w) para correção da heteroscedasticidade nas funções de volume houve, de forma geral, menor desempenho das equações em relação aos ajustes sem peso. No caso das funções de afilamento, não foi aplicada a matriz de pesos e, por isso, os valores das estatísticas estão ausentes.

TABELA 19 - ESTATÍSTICAS DAS FUNÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE O. *pyramidale* NO EQUADOR

| Var.                     | Grupo de idade (anos) | Modelo          | Estatísticas de ajuste |           |         |         |              |                  |        |         | Ranqueamento |       |
|--------------------------|-----------------------|-----------------|------------------------|-----------|---------|---------|--------------|------------------|--------|---------|--------------|-------|
|                          |                       |                 | $r^2$                  | $r^2$ (w) | EQM     | EQM (w) | $S_{yx}$ (%) | $S_{yx}$ (%) (w) | AIC    | AIC (w) | R            | R (w) |
| $d_i$<br>(cm)            | G1:<br>0,8 - 4,0      | Kozak           | 0,9419                 |           | 2,66687 |         | 8,4188       |                  | 10.353 |         | 2            |       |
|                          |                       | Max-Burkhardt   | 0,9497                 |           | 2,38021 |         | 8,0165       |                  | 10.151 |         | 1            |       |
|                          | G2:<br>4,0 - 5,0      | Kozak           | 0,9294                 |           | 4,53607 |         | 9,5723       |                  | 2.509  |         | 2            |       |
|                          |                       | Max-Burkhardt   | 0,9365                 |           | 4,09070 |         | 9,1141       |                  | 2.456  |         | 1            |       |
| $v$<br>(m <sup>3</sup> ) | G1:<br>0,8 - 4,0      | Kozak           | 0,9618                 |           | 0,00332 |         | 11,8251      |                  | -559   |         | 2            |       |
|                          |                       | Max-Burkhardt   | 0,9618                 |           | 0,00332 |         | 11,9208      |                  | -551   |         | 4            |       |
|                          |                       | Schumacher-Hall | 0,9623                 | 0,9635    | 0,00332 | 0,00558 | 11,8232      | 15,3346          | -557   | -455    | 1            | 2     |
|                          |                       | Spurr           | 0,9616                 | 0,9616    | 0,00333 | 0,00333 | 11,8110      | 11,8163          | -559   | -559    | 3            | 1     |
|                          | G2:<br>4,0 - 5,0      | Kozak           | 0,9575                 |           | 0,01384 |         | 13,0791      |                  | -39    |         | 2            |       |
|                          |                       | Max-Burkhardt   | 0,9575                 |           | 0,01307 |         | 13,4489      |                  | -32    |         | 3            |       |
|                          |                       | Schumacher-Hall | 0,9556                 | 0,9525    | 0,01340 | 0,01901 | 12,8664      | 15,3264          | -38    | -27     | 4            | 2     |
|                          |                       | Spurr           | 0,9575                 | 0,9575    | 0,01237 | 0,01250 | 12,1494      | 12,2101          | -42    | -42     | 1            | 1     |

Em que: Var. significa variável;  $d_i$  é o diâmetro da seção do tronco;  $v$  é o volume;  $r^2$  correlação linear de Pearson ao quadrado; EQM é o erro quadrático médio;  $S_{yx}$  é o erro padrão da estimativa; AIC é o critério de informação de Akaike; w significa peso e corresponde aos ajustes realizados com função de pesos e R é de ranqueamento.

FONTE: O autor (2020).

Observa-se ainda, na TABELA 19, que apesar da semelhança nas estatísticas das equações ajustadas pelo procedimento 1, o ranqueamento revelou que a função de Max-Burkhardt apresentou o melhor desempenho para a estimativa dos  $d_i$  nos dois



grupos de idade. Para estimativa do volume total, a função de Spurr apresentou o melhor desempenho no ajuste com a matriz de pesos nos grupos 1 e 2.

Os coeficientes das equações de afilamento e de volume ajustadas de forma independente e as funções de peso utilizadas estão apresentados na TABELA 20. Quase todos os coeficientes foram significativos ( $p < 0,05$ ), a exceção do intercepto ( $\hat{\beta}_0$ ) na equação de Spurr em G1 e G2 e do  $\hat{\beta}_3$  no modelo de Max-Burkhart em G2, ambos os casos nas equações ajustadas sem peso.

TABELA 20 - COEFICIENTES DAS EQUAÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE O. *pyramidale* NO EQUADOR

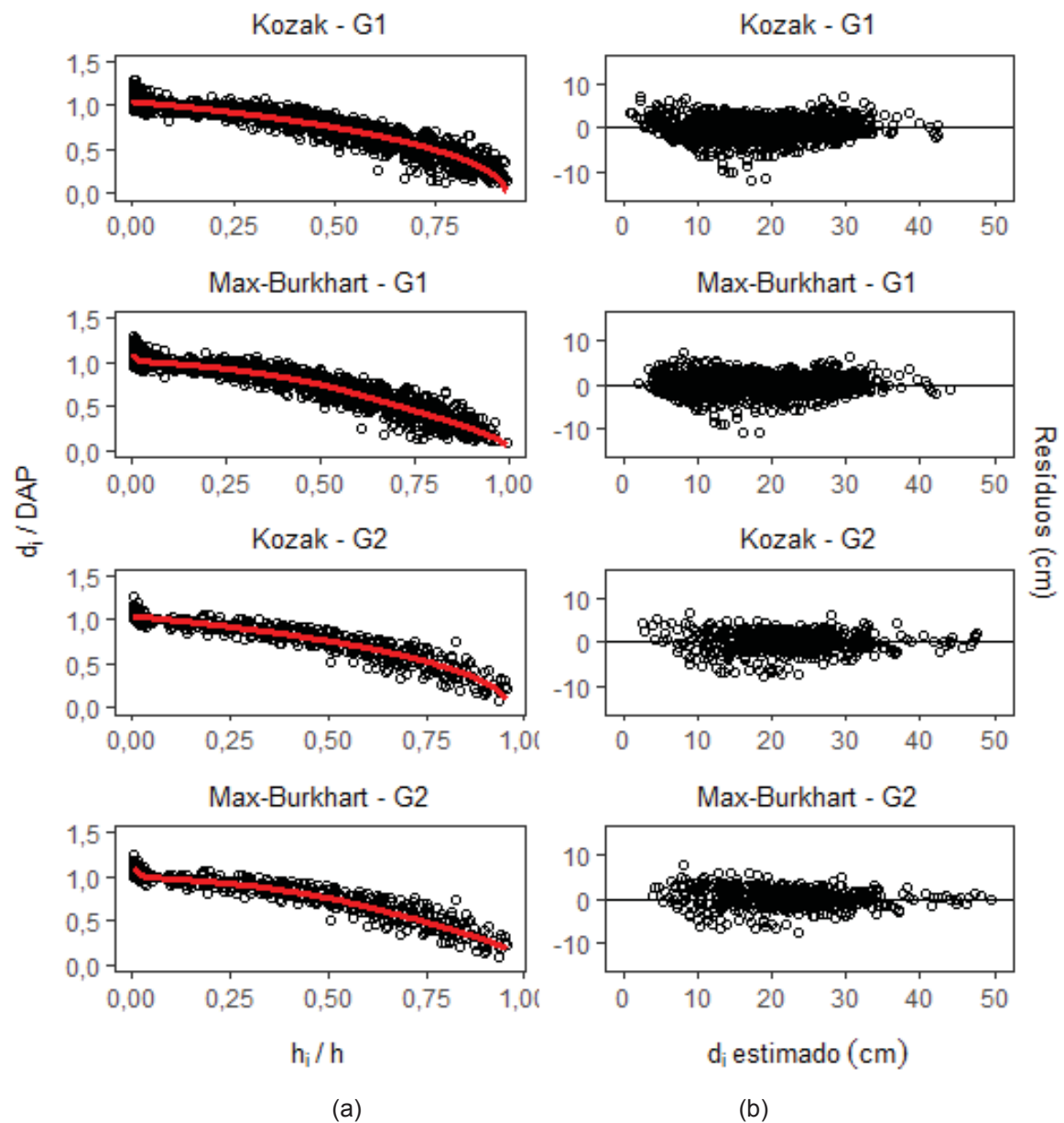
| Equação ajustada | Grupo 1         |                      |                    | Grupo 2               |            |  |
|------------------|-----------------|----------------------|--------------------|-----------------------|------------|--|
|                  | Coeficientes    |                      | Função de peso (w) | Coeficientes          |            | Função de peso (w)                         |
|                  | sem w           | com w                |                    | sem w                 | com w      |  |
| Kozak            | $\hat{\beta}_0$ | 1,0958*              | 1                  | 1,0841*               |            | 1  |
|                  | $\hat{\beta}_1$ | -0,9073*             | 1                  | -0,8854*              |            | 1  |
|                  | $\hat{\beta}_2$ | -0,3030*             | 1                  | -0,2520*              |            | 1  |
| Max-Burkhart     | $\hat{a}_1$     | 0,0279*              | 1                  | 0,0511*               |            | 1  |
|                  | $\hat{a}_2$     | 0,5826*              | 1                  | 0,5817*               |            | 1  |
|                  | $\hat{\beta}_1$ | -3,1723*             | 1                  | -2,6037*              |            | 1  |
|                  | $\hat{\beta}_2$ | 1,3419*              | 1                  | 0,9489*               |            | 1  |
|                  | $\hat{\beta}_3$ | 224,4070*            | 1                  | 77,9954 <sup>ns</sup> |            | 1  |
|                  | $\hat{\beta}_4$ | 2,3238*              | 1                  | -1,9415*              |            | 1  |
| Schumacher-Hall  | $\hat{\beta}_0$ | -9,7426*             | -10,2846*          | -9,1017*              | -8,3792*   |  |
|                  | $\hat{\beta}_1$ | 1,7209*              | 1,9877*            | 1,8969*               | 1,8520*    | $\frac{1}{\sqrt{n(DAP^{1,262}h^{3,769})}}$ |
|                  | $\hat{\beta}_2$ | 1,1831*              | 1,1038*            | 0,8153*               | 0,6354*    | $\frac{1}{\sqrt{n(DAP^{1,360}h^{2,91})}}$  |
| Spurr            | $\hat{\beta}_0$ | 0,0043 <sup>ns</sup> | 0,0011930*         | 0,0504 <sup>ns</sup>  | 0,0722540* | $\frac{1}{\sqrt{n((DAP^2h)^{1,281})}}$     |
|                  | $\hat{\beta}_1$ | 0,0000418*           | 0,0000420*         | 0,0000407*            | 0,0000400* | $\frac{1}{\sqrt{n((DAP^2h)^{1,956})}}$     |

Em que:  $\hat{a}_1$ ,  $\hat{a}_2$ ,  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$ ,  $\hat{\beta}_3$  e  $\hat{\beta}_4$  são os coeficientes da regressão; (\*) e (<sup>ns</sup>) corresponde a significativo e não significativo, respectivamente, com 95% de probabilidade; w significa peso e corresponde aos ajustes realizados com função de pesos; n é o número de observações (diâmetros das seções -  $d_i$ ) por cada árvore; h é a altura total (m), DAP é o diâmetro à altura do peito (cm).

FONTE: O autor (2020).

Na avaliação gráfica das estimativas dos  $d_i$  ( $d_i$  / DAP), percebe-se que as funções ajustadas de forma independente apresentaram bom desempenho (FIGURA 16a). A análise de resíduos revelou boa distribuição ao longo da linha média para o G2, diferente do G1, cujos resíduos apresentaram comportamento menos homogêneo (FIGURA 16b).

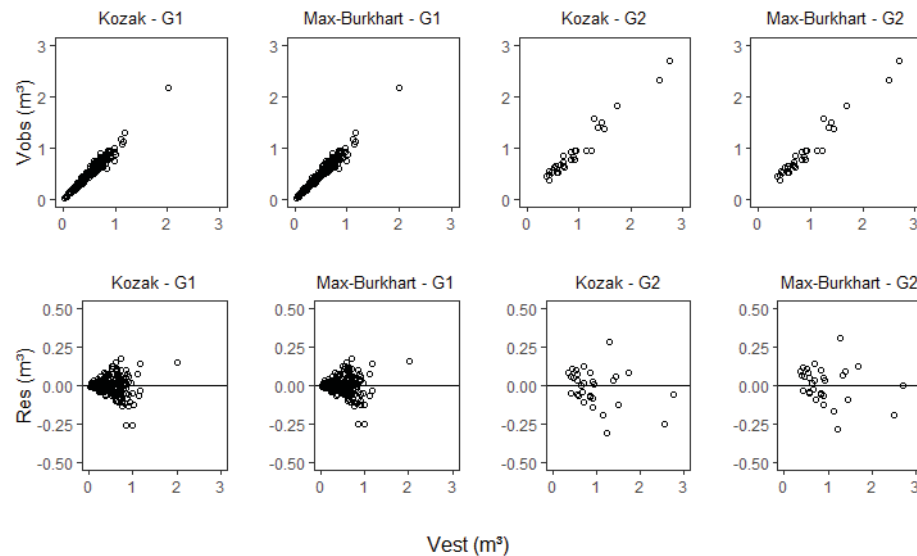
FIGURA 16 – CURVA MÉDIA PARA A ESTIMATIVA DE  $d_i / DAP$  (a) E RESÍDUOS (b) OBTIDOS PELAS FUNÇÕES DE AFILAMENTO AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

Na avaliação gráfica das estimativas do volume pelas funções de afilamento de Kozak e Max-Burkhart, ajustadas de forma independente, observou-se que nos dois grupos de classes de idade os valores observados versus os estimados tendem a formar uma linha reta com inclinação de 45 graus, o que demonstra sua correlação. No entanto, apresentaram resíduos absolutos heteroscedásticos, principalmente no G1 (FIGURA 17).

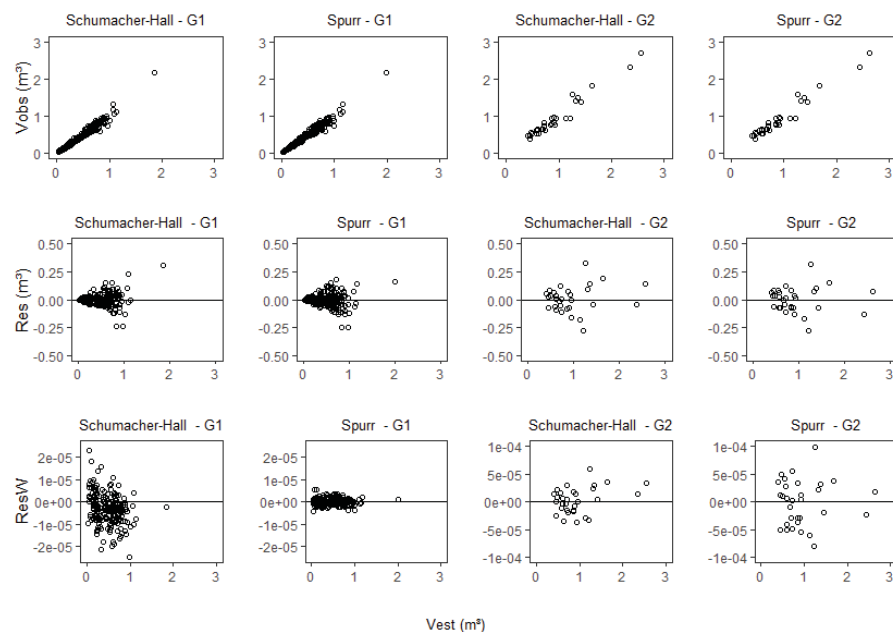
FIGURA 17 – VOLUME OBSERVADO (Vobs) VERSUS VOLUME ESTIMADO (Vest) E RESÍDUOS ABSOLUTOS (Res) POR FUNÇÕES DE AFILAMENTO AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

De forma semelhante às funções de afilamento, as funções de volume de Spurr e Schumacher-Hall apresentaram valores do volume observado versus volume estimado correlacionados (FIGURA 18), mas os resíduos sem comportamento heteroscedástico quando aplicada a matriz de pesos.

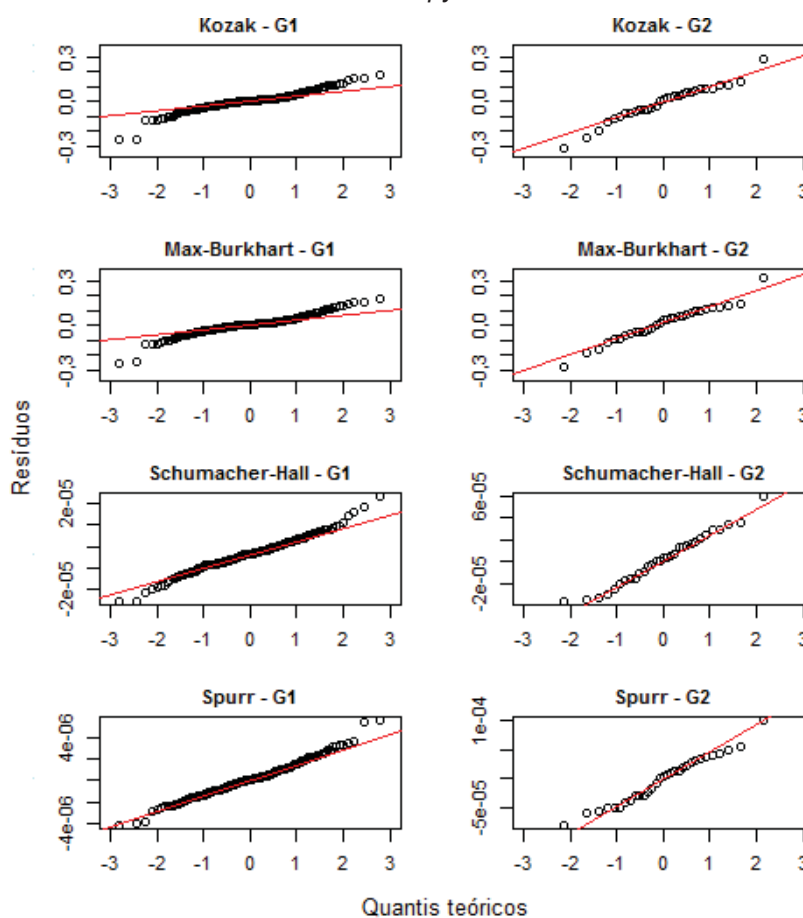
FIGURA 18 - VOLUME OBSERVADO (Vobs) VERSUS VOLUME ESTIMADO (Vest) E RESÍDUOS ABSOLUTOS (Res) E PONDERADOS (ResW) POR FUNÇÕES DE VOLUME AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

Na avaliação gráfica do pressuposto de normalidade pelo gráfico Normal QQ-Plot no procedimento 1 (FIGURA 19), observou-se que tanto nas equações de afilamento como nas de volume ajustadas para estimativa do volume total, os resíduos apresentaram tendência de uma distribuição normal em ambos os grupos.

FIGURA 19 - AVALIAÇÃO DA NORMALIDADE DOS RESÍDUOS ABSOLUTOS EM FUNÇÕES DE AFILAMENTO E PONDERADOS EM FUNÇÕES VOLUME AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 PARA ESTIMATIVA DO VOLUME TOTAL POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



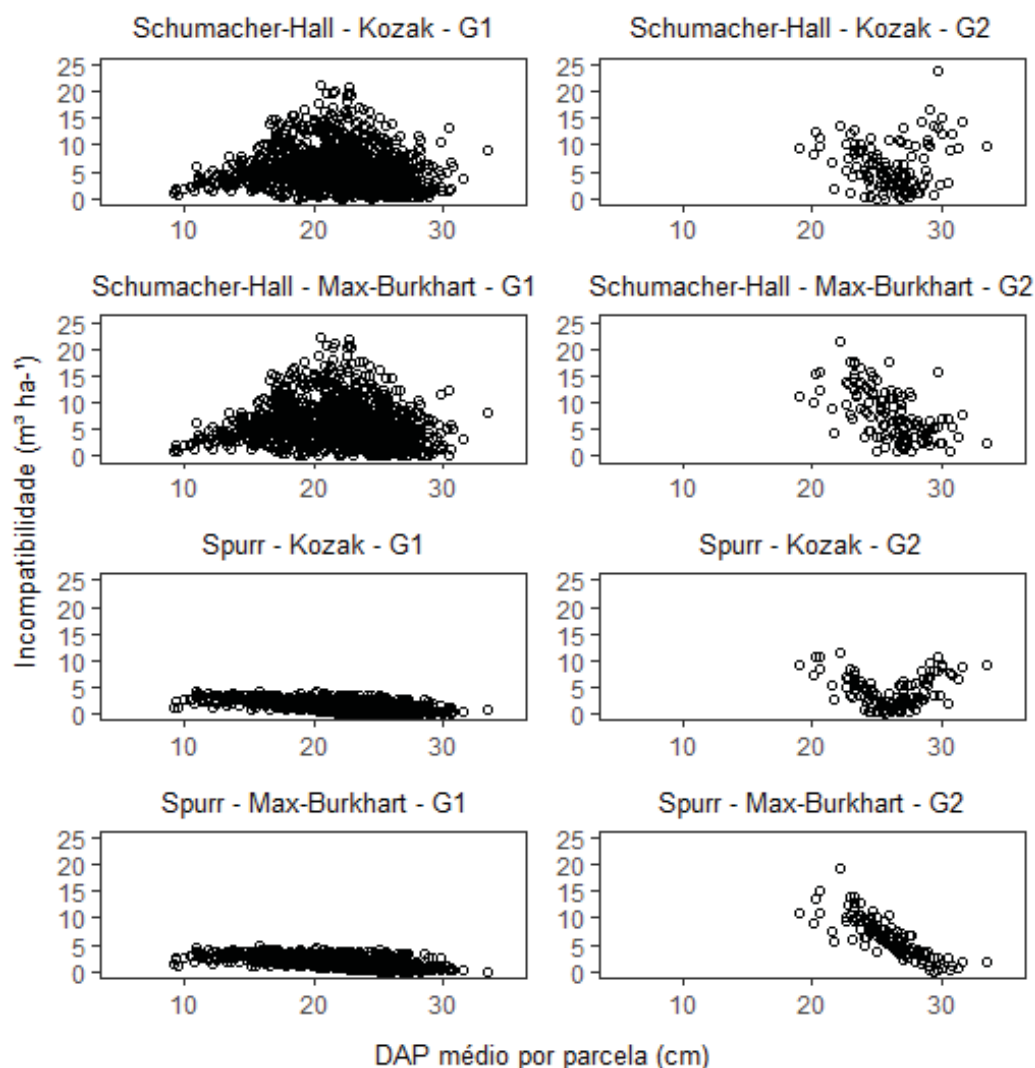
FONTE: O autor (2020).

#### 2.3.4 Incompatibilidade na estimativa do volume total pelas funções de afilamento e de volume ajustadas de forma independente

No procedimento 1 foi demonstrado que a estimativa do volume pelas funções de afilamento e de volume ajustadas de forma independente apresentaram bom desempenho com estatísticas de ajuste e precisão semelhantes (TABELA 19). Porém quando comparadas entre si, verificou-se que essas estimativas apresentaram

incompatibilidade média de  $5,94 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  (FIGURA 20) que equivale a 2,4% da produção em volume ( $\sim 250 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ) ao final da rotação.

FIGURA 20 - INCOMPATIBILIDADE DO VOLUME TOTAL ESTIMADO PELAS FUNÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 1 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

As maiores incompatibilidades apresentaram-se ao comparar as estimativas obtidas pela equação ajustada de Schumacher com as obtidas pelas funções de afilamento de Kozak e Max-Burkhardt. Foram registrados valores que podem alcançar até 22,31 e  $23,86 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  nos grupos 1 e 2, respectivamente. Dessa forma, a cada  $\sim 11$  hectares a incompatibilidade pode equivaler ao estoque volumétrico de um hectare na idade de rotação ( $\sim 250 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ).

### 2.3.5 Estimativa do volume total por meio de sistemas de equações compatíveis de afilamento e volume (procedimento 2)

As estatísticas de ajuste e precisão nos sistemas de equações compatíveis (TABELA 21) demonstraram que todas as funções testadas apresentaram bom desempenho e semelhança entre si para a estimativa dos  $d_i$  e do volume total em ambos os grupos de classes de idade.

TABELA 21 - ESTATÍSTICAS DAS FUNÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 2 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Var.                  | Grupo de idade (anos) | Modelo          | Estatísticas de ajuste |           |         |         |              |                  |        |          | Ranqueamento |       |                 |
|-----------------------|-----------------------|-----------------|------------------------|-----------|---------|---------|--------------|------------------|--------|----------|--------------|-------|-----------------|
|                       |                       |                 | $r^2$                  | $r^2$ (w) | EQM     | EQM (w) | $S_{yx}$ (%) | $S_{yx}$ (%) (w) | AIC    | AIC (w)  | R            | R (w) | R (w) $d_i + v$ |
| $d_i$ (cm)            | G1: 0,8 - 4,0         | Kozak           | 0,9374                 | 0,9373    | 3,01456 | 3,04155 | 9,0151       | 9,0553           | 10.789 | 10.813,9 | 3            | 3     | 3               |
|                       |                       | Max-Burkhardt   | 0,9499                 | 0,9498    | 2,38320 | 2,38182 | 8,0215       | 8,0192           | 10.154 | 10.152,9 | 1            | 1     | 1               |
|                       |                       | Schumacher-Hall | 0,9363                 | 0,9388    | 3,21999 | 3,38011 | 9,3206       | 9,5495           | 10.974 | 11.106,6 | 4            | 4     | 2               |
|                       |                       | Spurr           | 0,9386                 | 0,9380    | 2,97056 | 3,00798 | 8,9523       | 9,0085           | 10.753 | 10.787,5 | 2            | 2     | 3               |
|                       | G2: 4,0 - 5,0         | Kozak           | 0,9276                 | 0,9272    | 4,62150 | 4,66687 | 9,6536       | 9,7008           | 2.518  | 2.523,6  | 2            | 3     | 3               |
|                       |                       | Max-Burkhardt   | 0,9367                 | 0,9365    | 4,10998 | 4,09824 | 9,1356       | 9,1225           | 2.458  | 2.456,8  | 1            | 1     | 1               |
|                       |                       | Schumacher-Hall | 0,9265                 | 0,9181    | 4,72656 | 5,23878 | 9,7797       | 10,2960          | 2.535  | 2.594,0  | 4            | 4     | 4               |
|                       |                       | Spurr           | 0,9269                 | 0,9306    | 4,68998 | 4,64953 | 9,7418       | 9,6997           | 2.530  | 2.525,4  | 3            | 2     | 1               |
|                       | $v$ (m <sup>3</sup> ) | Kozak           | 0,9616                 | 0,9616    | 0,00335 | 0,00339 | 11,8427      | 11,9129          | -558   | -555,5   | 1            | 2     | 3               |
|                       |                       | Max-Burkhardt   | 0,9616                 | 0,9616    | 0,00334 | 0,00336 | 11,9485      | 11,9829          | -550   | -549,2   | 4            | 3     | 1               |
|                       |                       | Schumacher-Hall | 0,9623                 | 0,9635    | 0,00334 | 0,00330 | 11,8535      | 11,7956          | -554   | -556,4   | 1            | 1     | 2               |
|                       |                       | Spurr           | 0,9616                 | 0,9616    | 0,00339 | 0,00343 | 11,9266      | 11,9951          | -555   | -552,7   | 3            | 4     | 3               |
| $v$ (m <sup>3</sup> ) | G2: 4,0 - 5,0         | Kozak           | 0,9575                 | 0,9575    | 0,01303 | 0,01375 | 12,4701      | 12,8067          | -41    | -38,9    | 1            | 2     | 3               |
|                       |                       | Max-Burkhardt   | 0,9575                 | 0,9575    | 0,01303 | 0,01344 | 13,4298      | 13,6386          | -33    | -31,6    | 3            | 3     | 1               |
|                       |                       | Schumacher-Hall | 0,9555                 | 0,9525    | 0,01351 | 0,02024 | 12,9200      | 15,8151          | -35    | -22,9    | 4            | 4     | 4               |
|                       |                       | Spurr           | 0,9575                 | 0,9575    | 0,01332 | 0,01250 | 12,6073      | 12,2114          | -40    | -41,9    | 2            | 1     | 1               |

Em que: Var. significa variável;  $d_i$  é o diâmetro da seção do tronco;  $v$  é o volume,  $r^2$  correlação linear de Pearson ao quadrado; EQM é o erro quadrático médio;  $S_{yx}$  é o erro padrão da estimativa; AIC é o critério de informação de Akaike; w significa peso e corresponde aos ajustes realizados com função de pesos, R é de ranqueamento;  $d_i + v$  corresponde a análise conjunta de ambas variáveis por grupo.

FONTE: O autor (2020).

Na avaliação por tipo de funções (afilamento e volume) para os sistemas compatíveis ajustados com matrizes de peso ( $w$ ), observou-se ainda, na TABELA 21, que o sistema de Max-Burkhart apresentou as melhores estatísticas no ranqueamento para a estimativa dos  $d_i$  em ambos grupos, entretanto, as funções de Schumacher-Hall e Spurr apresentaram melhor desempenho para estimativa do volume nos grupos 1 e 2, respectivamente.

Na avaliação geral de desempenho, combinando o ranqueamento das equações para a estimativa dos  $d_i$  e do volume ajustadas por meio de sistemas de equações com funções de peso ( $R w d_i + v$ ), encontrou-se que o sistema de Max-Burkhart apresentou melhores resultados em ambos os grupos de idade, portanto suas equações foram escolhidas para o processo de validação.

As matrizes de covariância ( $Cov_{SUR}$ ) e de correlação contemporânea ( $R$ ) resultantes do ajuste do sistema de equações afilamento e volume de Max-Burkhart selecionado como o de melhor desempenho em ambos grupos de classes de idade, são apresentadas a seguir. Observou-se menor correlação contemporânea entre as variáveis dependentes  $d_i$  e  $v$  com o termo do erro no grupo 2.

Grupo 1:

$$Cov_{SUR} = \begin{bmatrix} v & d_i \\ v & 2,289 \times 10^{-12} & 1,119 \times 10^{-06} \\ d_i & 1,119 \times 10^{-06} & 2,383955 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 1 & 0,479025 \\ 0,479025 & 1 \end{bmatrix}$$

Grupo 2:

$$Cov_{SUR} = \begin{bmatrix} v & d_i \\ v & 0,0000000 & 0,0000557 \\ d_i & 0,0000557 & 4,1105440 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 1 & 0,0867931 \\ 0,0867931 & 1 \end{bmatrix}$$

Os coeficientes das equações ajustadas em sistemas compatíveis para estimativa do volume estão apresentados na TABELA 22, os quais foram significativos ( $p < 0,05$ ), a exceção do  $\hat{\beta}_0$  na função de Spurr ( $w$ ) no G1 e dos coeficientes  $\hat{\beta}_1$  e  $p$  das funções de Kozak ( $w$ ) e Spurr ( $w$ ) e do  $\hat{\beta}_0$  da função de Spurr no G2.



TABELA 22 - COEFICIENTES DAS FUNÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME AJUSTADAS POR MEIO DO PROCEDIMENTO 2 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE EM ÁRVORES DE O. *pyramidale* NO EQUADOR

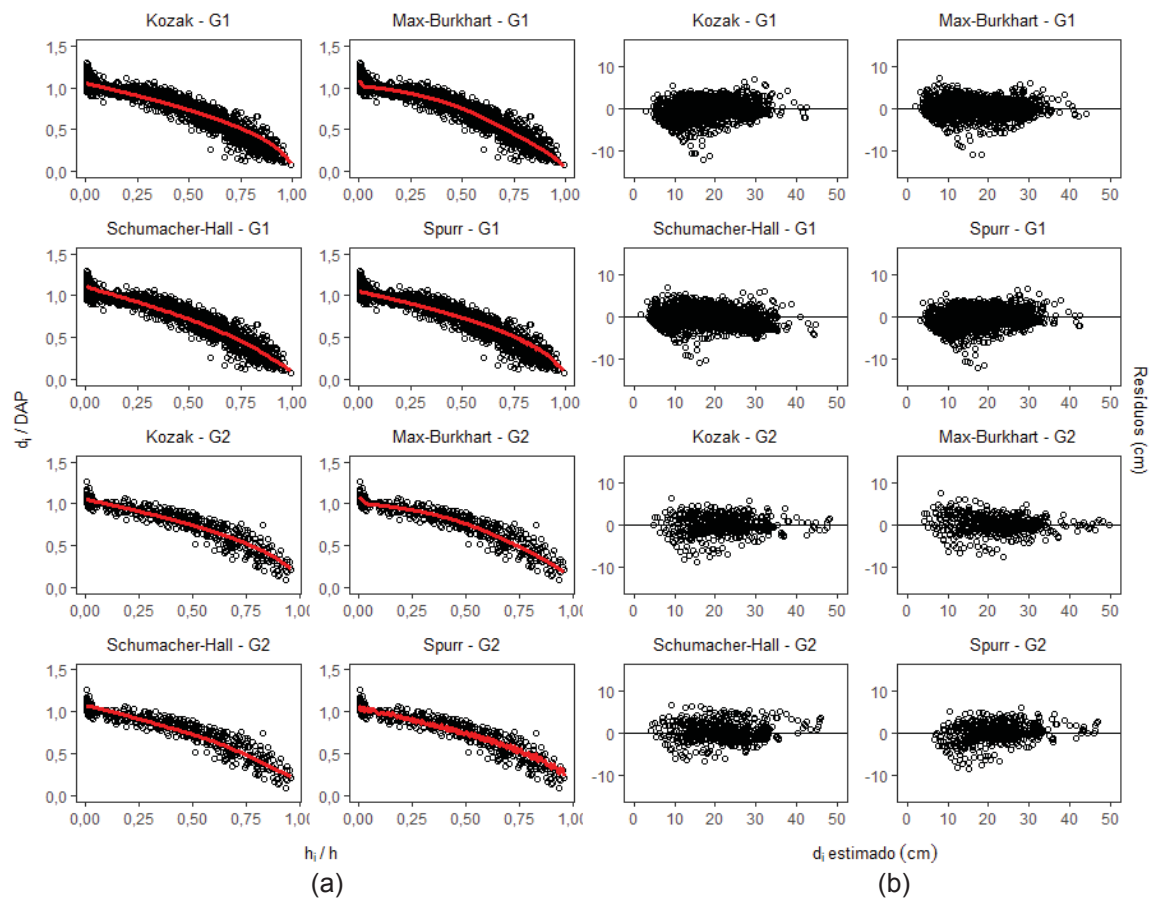
| Equação ajustada |                 | Grupo 1      |                       |                                  | Grupo 2               |                       |                                  |
|------------------|-----------------|--------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|
|                  |                 | Coeficientes |                       | Função de peso (w)               | Coeficientes          |                       | Função de peso (w)               |
|                  |                 | sem w        | com w                 |                                  | sem w                 | com w                 |                                  |
| Kozak            | $\hat{\beta}_1$ | 0,0745*      | 0,0567*               | 1                                | 0,0511 <sup>ns</sup>  | -0,0025 <sup>ns</sup> | 1                                |
|                  | $\hat{\beta}_2$ | 1,1787*      | 1,1620*               | $\sqrt{n((DAP^2h)^{1,956})}$     | 1,1502*               | 1,1028*               | $\sqrt{n((DAP^2h)^{1,281})}$     |
| Max-Burkhardt    | $\hat{a}_1$     | 0,0265*      | 0,0266*               | 1                                | 0,0482*               | 0,0438*               | 1                                |
|                  | $\hat{a}_2$     | 0,5981*      | 0,5911*               |                                  | 0,5971*               | 0,5864*               |                                  |
|                  | $\hat{\beta}_1$ | -3,3566*     | -3,3147*              | $\sqrt{n((DAP^2h)^{1,956})}$     | -2,6880*              | -2,6810*              | $\sqrt{n((DAP^2h)^{1,281})}$     |
|                  | $\hat{\beta}_2$ | 1,4563*      | 1,4280*               |                                  | 1,0086*               | 0,9911*               |                                  |
|                  | $\hat{\beta}_3$ | 248,7188*    | 248,0699*             |                                  | 87,2430*              | 104,711*              |                                  |
|                  | $\hat{\beta}_4$ | -2,3966*     | -2,4133*              |                                  | -1,9203*              | -1,9763*              |                                  |
| Schumacher-Hall  | $\hat{\beta}_0$ | -9,7638*     | -10,1109*             | 1                                | -9,1948*              | -8,3696*              | 1                                |
|                  | $\hat{\beta}_1$ | 1,7206*      | 1,9238*               | $\sqrt{n(DAP^{1,262}h^{3,769})}$ | 1,9330*               | 1,8455*               | $\sqrt{n(DAP^{1,360}h^{2,913})}$ |
|                  | $\hat{\beta}_2$ | 1,1902*      | 1,0974*               |                                  | 0,8052*               | 0,6387*               |                                  |
|                  | p               | 1,8981*      | 2,0572*               |                                  | 2,6398*               | 3,3221*               |                                  |
|                  | b <sub>0</sub>  | 0,2516       | 0,0777                |                                  | 0,5055                | 0,9173                |                                  |
|                  | b <sub>1</sub>  | 0,8603       | 0,9619                |                                  | 0,9665                | 0,9228                |                                  |
|                  | b <sub>2</sub>  | 0,6296       | 0,6288                |                                  | 0,5627                | 0,5609                |                                  |
|                  | b <sub>3</sub>  | -0,5345      | -0,5801               |                                  | -0,6602               | -0,7416               |                                  |
|                  | $\hat{\beta}_0$ | -0,00755*    | -0,0155 <sup>ns</sup> | 1                                | 0,00764 <sup>ns</sup> | 0,0588*               | 1                                |
|                  | $\hat{\beta}_1$ | 0,000043*    | 0,000043*             | $\sqrt{n((DAP^2h)^{1,956})}$     | 0,000043*             | 0,000040*             | $\sqrt{n((DAP^2h)^{1,281})}$     |
| Spurr            | p               | -0,9747*     | -0,9734*              |                                  | -1,1519*              | 0,1141 <sup>ns</sup>  |                                  |
|                  | q               | 1,0423*      | 1,0221*               |                                  | 1,0047*               | 1,0388*               |                                  |
|                  | b <sub>0</sub>  | -2,4321      | -5,2535               |                                  | 14,7742               | 833,4319              |                                  |
|                  | b <sub>1</sub>  | -0,9747      | -0,9734               |                                  | -1,1519               | 0,1141                |                                  |
|                  | b <sub>2</sub>  | 1,1181       | 1,1071                |                                  | 1,0975                | 1,0384                |                                  |
|                  | b <sub>3</sub>  | 1,0423       | 1,0221                |                                  | 1,0047                | 1,0388                |                                  |

Em que: w significa peso e corresponde aos ajustes realizados com função de pesos;  $\hat{a}_1$ ,  $\hat{a}_2$ ,  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$ ,  $\hat{\beta}_3$  e  $\hat{\beta}_4$ , p, q são os coeficientes da regressão; b<sub>0</sub>, b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, e b<sub>3</sub> são coeficientes calculados a partir dos coeficientes da equação ajustada; (\*) e (<sup>ns</sup>) corresponde a significativo e não significativo respectivamente, com 95% de probabilidade; n é o número de observações (seções) por cada árvore; h é a altura total (m), DAP é o diâmetro à altura do peito (cm).

FONTE: O autor (2020).

Na avaliação gráfica das estimativas dos  $d_i$  ( $d_i$  / DAP) ao longo do perfil do tronco e da distribuição de resíduos por sistemas compatíveis (FIGURA 21), observou-se que as equações se ajustaram bem aos dados e apresentaram comportamento muito semelhante em ambos os grupos de idade. Porém, os resíduos no G1 evidenciaram uma leve tendenciosidade das equações a superestimar os valores no intervalo de 10 - 20 cm, semelhante às funções ajustadas de forma independente (FIGURA 16).

FIGURA 21 – CURVAS MÉDIAS DE  $d_i$  / DAP (a) E RESÍDUOS ABSOLUTOS (b) OBTIDOS POR FUNÇÕES DE AFILAMENTO AJUSTADAS NO PROCEDIMENTO 2 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

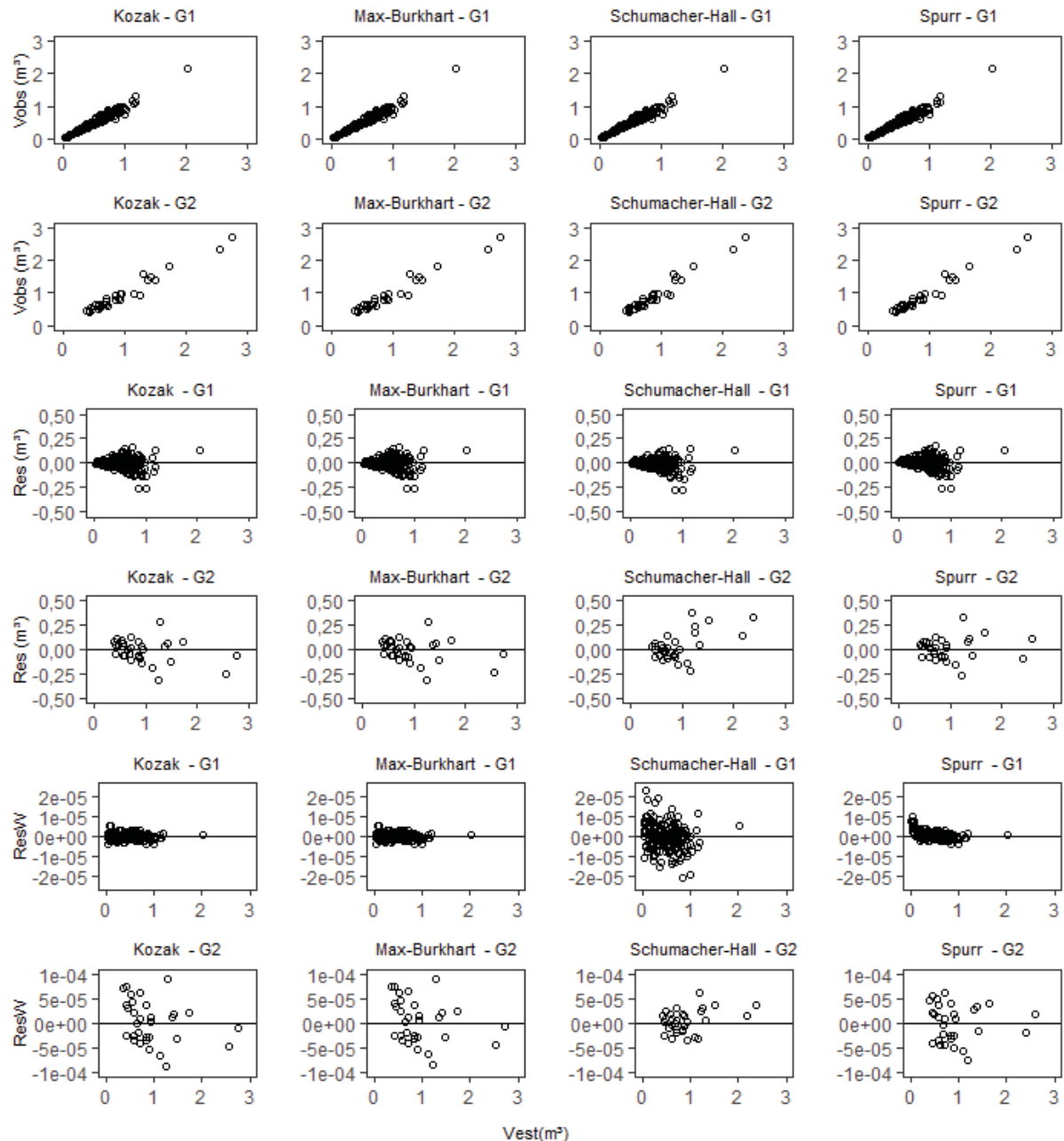


FONTE: O autor (2020).

A análise gráfica das estimativas do volume por sistemas de equações compatíveis evidenciou em ambos grupos, que todas as funções ajustadas apresentaram valores estimados e observados próximos entre si (FIGURA 22), o que confirma a sua alta correlação ( $r^2$  de 0,92 a 0,96, TABELA 21), semelhante às funções ajustadas de forma independente ( $r^2$  de 0,95 a 0,96, TABELA 19).

FIGURA 22 - VOLUME OBSERVADO (Vobs) VERSUS ESTIMADO (Vest) E RESÍDUOS ABSOLUTOS (Res) E PONDERADOS (ResW) POR FUNÇÕES DE AFILAMENTO E DE VOLUME

AJUSTADAS NO PROCEDIMENTO 2 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE  
*O. pyramidale* NO EQUADOR

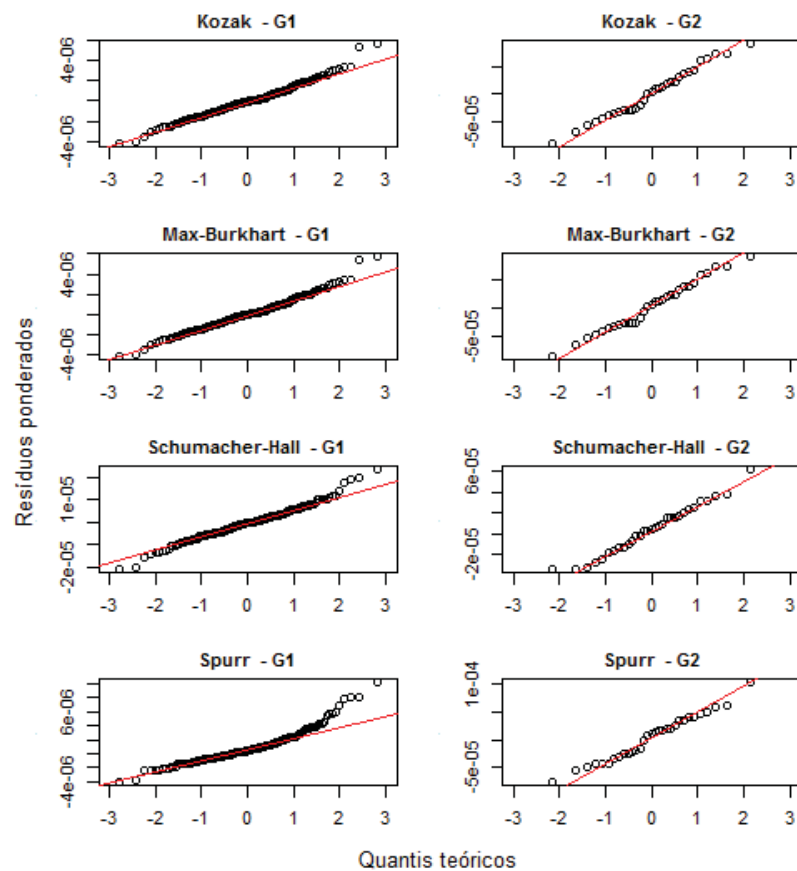


FONTE: O autor (2020).

Observa-se ainda, na FIGURA 22, que os resíduos absolutos (Res) resultantes das estimativas do volume por esses sistemas de equações compatíveis apresentaram comportamento heteroscedástico, semelhante ao das equações ajustadas de forma independente (FIGURAS 17 e 18). Esse comportamento foi corrigido com a aplicação da matriz de pesos, como demonstrado pelos resíduos ponderados (ResW).

A avaliação gráfica do pressuposto de normalidade dos resíduos na estimativa do volume total pelo ajuste de sistemas de equações compatíveis foi efetuada pelo gráfico Normal QQ-Plot (FIGURA 23). Observou-se que em ambos os grupos, os resíduos das funções ajustadas seguiram tendência de uma distribuição normal.

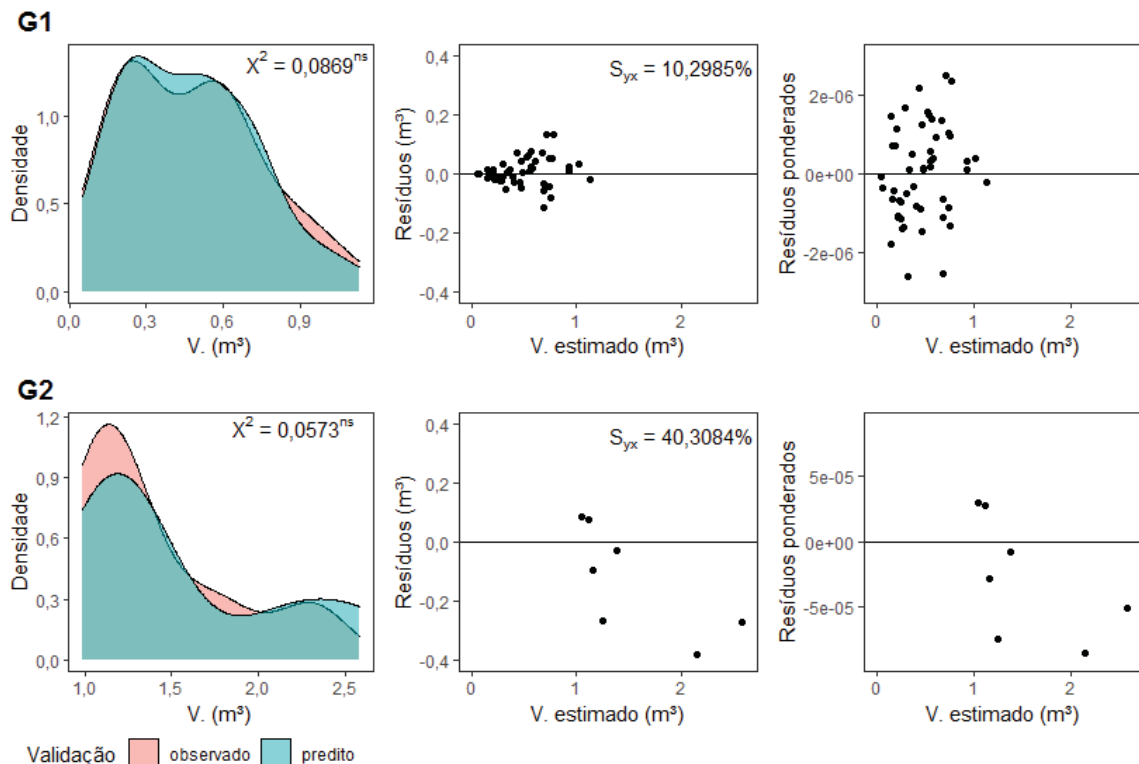
FIGURA 23 - AVALIAÇÃO DA NORMALIDADE DOS RESÍDUOS PONDERADOS GERADOS NA ESTIMATIVA DO VOLUME TOTAL POR FUNÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME AJUSTADAS NO PROCEDIMENTO 2 POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

O processo de validação das equações obtidas pelo sistema compatível de Max-Burkhardt demonstrou a consistência do ajuste, com aderência dos valores estimados e observados demonstrada ( $\chi^2$  com  $p > 0,05$ ) em ambos os grupos de idade (FIGURA 24). No G1 as estimativas foram inclusive mais exatas que no conjunto de ajuste ( $S_{yx} = 11,983\%$ ). No entanto, no G2 o erro padrão da estimativa foi expressivamente maior do que no ajuste ( $S_{yx} = 13,639\%$ ), influenciado pelas poucas amostras para a validação nesse grupo ( $n = 7$ ).

FIGURA 24 – VALIDAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO SISTEMA COMPATÍVEL DE MAX-BURKHART AJUSTADO NO PROCEDIMENTO 2 AOS DADOS GERAIS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR GRUPOS DE CLASSES DE IDADE DE ÁRVORES DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

## 2.4 DISCUSSÃO

### 2.4.1 Análise da forma do tronco das árvores

Observa-se que a relação  $d_i$  / DAP varia ao longo do perfil do tronco das árvores em estudo (FIGURA 12). Esse comportamento é esperado devido ao afilamento das árvores, porém, a variação é maior que a relatada para outras espécies plantadas (KOHLER; KOEHLER; FIGUEIREDO-FILHO, 2013; FIGUEIREDO FILHO et al., 2014).

O fator de forma natural apresenta valores médios próximos entre as distintas idades e classes de idade (FIGURA 13) e isso sugere, a princípio, que o tronco de *O. pyramidale* apresenta forma semelhante ao longo do período de rotação. No entanto, quando realizada a análise individual em nível de árvore, observa-se ainda, na FIGURA 13, que há uma ampla variação desse fator não revelada pelos valores médios.

A variabilidade nas relações alométricas de  $d_i$  / DAP e  $h_i$  /  $h$ , evidenciada ao longo do perfil do tronco das árvores cubadas (FIGURA 12), assim como na forma do tronco ao longo da idade (FIGURA 13), pode ser uma característica da espécie relacionada diretamente com o material genético utilizado e com a não padronização do manejo e condução dos plantios. O espaçamento inicial e os tratamentos silviculturais (particularmente poda e o desbaste), assim como a posição sociológica, constituem os fatores que mais influenciam no afilamento das árvores (KOHLENER; KOEHLER; FIGUEIREDO-FILHO, 2013), e essa influência tem sido observada nos povoamentos amostrados.

#### 2.4.2 Formação dos grupos em relação à idade dos povoamentos

Por meio da MANOVA (TABELA 14), foi observado que a forma do tronco das árvores em estudo, determinada pela relação  $d_i$  / DAP ao longo do seu perfil, varia com a idade dos povoamentos, assim como relatado para outras espécies florestais (KOHLENER; KOEHLER; FIGUEIREDO-FILHO, 2013; FIGUEIREDO FILHO et al., 2014; SANTOS et al., 2019). Esse resultado da MANOVA, que parece óbvio, deixa de sê-lo ao considerar que na relação  $d_i$  / DAP as observações ficam em escala adimensional e as relações entre as variáveis dependem de proporções de tamanho das árvores.

Dessa forma, a relação  $d_i$  / DAP quando avaliada ao longo do tronco, permite comparar a forma das árvores independente de qual seja a sua idade e estado de desenvolvimento. Assim, classes de idade cujas árvores deveriam ser, teoricamente, mais homogêneas entre si, podem apresentar comportamento médio semelhante às de outras classes de idade, sendo possível seu agrupamento. A MANOVA permite determinar se há diferença entre os vetores de médias, mas não identifica grupos, devido a isso, é necessário a aplicação de técnicas multivariadas complementares.

A evolução dos diâmetros das árvores ao longo perfil do tronco conforme a idade é uma característica importante no manejo florestal, do qual se espera, do ponto de vista dendrométrico, que as árvores se tornem mais grossas e menos afiladas com o decorrer do tempo (FIGUEIREDO FILHO et al., 2014). Isso resulta em maiores taxas de volume total na colheita.

As diferenças na relação  $d_i$  / DAP ao longo do tronco, apontadas pela MANOVA, validaram a aplicação de técnicas multivariadas complementares, como as

análises de agrupamentos e discriminante para a verificação de grupos por classes de idade (KILCA et al., 2015).

A classificação pelas funções discriminantes resultou em baixa taxa de acerto, conforme os resultados da matriz de confusão (TABELA 17), e isso demonstra que o fator idade não é determinante na relação  $d_i$  / DAP ao longo do tronco. Existem outros fatores atuantes, como os genéticos e edafoclimáticos (STAPE et al., 2010), que determinam essa relação.

A análise discriminante permitiu identificar que os perfis das árvores se confundem entre as classes idades. Esse resultado tem a ver com o fato de as árvores apresentarem irregularidade no afilamento, com troncos que nem sempre apresentam tendência cônica devido ao engrossamento causado pelos galhos e pela sua tortuosidade natural. Dessa forma, a baixa classificação pelas funções discriminantes não é devido à técnica e sim às características do perfil das árvores de *O. pyramidale* que não permitem separar, apropriadamente, as observações em classes de idade.

Assim, a baixa taxa de acerto pelas funções discriminantes está relacionada com a variabilidade da relação  $d_i$  / DAP versus  $h_i$  / h dentro de cada classe de idade, o que ocasiona semelhança com outras classes de idade. Essa variabilidade explica-se, em parte, pela velocidade no desenvolvimento das árvores dessa espécie (CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2019), em que condições edafoclimáticas favoráveis resultam em altas taxas de incremento em DAP e h e, consequentemente, em volume, o que leva a amplas diferenças dentro de uma mesma classe de idade em períodos de tempo muito curtos (meses).

Por outro lado, a semelhança, em alguns casos, entre os coeficientes padronizados das funções discriminantes (TABELA 15) e os valores de correlação apresentados na matriz de estrutura (TABELA 16), é devida à escala adimensional das observações na relação  $d_i$  / DAP, previamente comentada.

Na análise de agrupamentos pelo dendrograma para a média (FIGURA 15), evidenciou-se que as árvores das classes I, II e III (G1) apresentaram menos de 20% de dissimilaridade, ou seja, retirando 20% da variação dos dados, as árvores dessas três classes de idade não apresentaram diferença no comportamento médio para a relação  $d_i$  / DAP ao longo do tronco. Esse agrupamento e a separação da classe IV no G2 segue uma lógica de associação natural, nesse caso de tipo cronológico, necessária em qualquer tipo de agrupamento (ANDERBERG, 1973; RENCHER, 2002).



Os resultados da análise de agrupamentos são análogos aos da análise discriminante, pois evidenciam que as árvores de pau-balsa apresentaram certo grau de similaridade na relação  $d_i$  / DAP ao longo do tronco durante os primeiros anos de desenvolvimento (classes de idade I, II e III), o que dificulta a sua separação. Depois do quarto ano essa relação se torna diferente, o que pode estar relacionado com a robustez das árvores alcançada depois dessa idade (CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2019), e que pode ser reflexo ou estar influenciada pelo tipo de manejo aplicado durante a condução dos plantios, principalmente o desbaste.

O agrupamento em classes de idade realizado por meio de técnicas multivariadas, torna-se importante pela sua contribuição para a diminuição do número de equações a serem ajustadas e pelo aumento do tamanho das amostras em cada grupo, sendo que amostras maiores são sempre desejáveis na análise de regressão (MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012). Adicionalmente e, tendo em vista que a cubagem de árvores é uma atividade dispendiosa e onerosa, a utilização eficiente das amostras para modelar o afilamento e volume das árvores torna-se necessária.

Considerando a importância apontada para o agrupamento das observações, a modelagem por grupos de idade do afilamento e do volume total das árvores de pau-balsa, torna-se apropriada, uma vez que diminui a variabilidade dos dados e melhora a exatidão nas estimativas pelas equações ajustadas (KOHLEK; KOEHLER; FIGUEIREDO-FILHO, 2013; ZHAO et al., 2019). A conveniência desse agrupamento para a espécie confirma uma das hipóteses formuladas.

Embora não foram encontrados estudos científicos com objetivo e uso de técnicas multivariadas semelhante ao desta pesquisa para avaliar diferenças no perfil das árvores e agrupar os dados em função da idade, a aplicabilidade e importância da análise multivariada na área florestal têm sido amplamente demonstrada (GERHARDT et al., 2001; ALBUQUERQUE et al., 2006; ATTAROD; BAYRAMZADEH; SHIRVANY, 2007; EBLING et al., 2013; PROTÁSIO et al., 2013; ALBUQUERQUE et al., 2015; GADELHA et al., 2015; GOODRICH; WARING et al., 2017), o que justifica a sua utilização.

### 2.4.3 Estimativa do volume por meio de funções de afilamento e de volume ajustadas de forma independente (procedimento 1)

As equações de Spurr e Schumacher-Hall ajustadas de forma independente para estimativa do volume total apresentaram desempenho semelhantes, mas levemente superiores às equações de volume obtidas pelas funções de afilamento de Kozak e Max-Burkhart (TABELA 19). Esse resultado pode estar relacionado com o fato de as funções de Spurr e Schumacher-Hall serem ajustadas modelando diretamente a variável resposta, nesse caso o volume total. Resultado análogo foi encontrado por Môra et al. (2014a) no ajuste de funções de afilamento utilizando como variável dependente o  $d_i$  ao invés de  $d_i / DAP$  ou  $(d_i / DAP)^2$ .

No caso das funções de afilamento, a equação de Max-Burkhart se ajusta melhor aos dados para estimativa dos  $d_i$  do que a equação de Kozak (FIGURA 16). A equação de Max-Burkhart (1976), embora seja também uma função de segundo grau, contém seis coeficientes e três funções quadráticas para representar a base, a parte média e o topo do tronco da árvore, com dois pontos de ligação condicionais nos limites do segmento, sendo características que a torna matematicamente mais complexa, mas ao mesmo tempo mais flexível (McCLURE; CZAPLEWSKI, 1986; LYNCH et al., 2017).

Uma equação de afilamento é considerada boa quando estima apropriadamente os  $d_i$  e a sua integral estima bem o volume. Contudo, essa situação nem sempre acontece porque o erro associado ao ajuste da função de afilamento para estimativa dos  $d_i$ , tem efeito diferente no erro para estimativa do volume (MUNRO; DEMAERSCHALK, 1974; LI; WEISKITTEL, 2010). O anterior explica o porquê das equações de Kozak e Max e Burkhart ajustadas de forma independente terem apresentado bom desempenho ao estimarem os  $d_i$ , mas não foram as mais precisas para estimativa do volume total (TABELA 19).

Embora exista bom desempenho e semelhança nas estimativas obtidas pelas funções de afilamento e volume ajustadas no procedimento 1 (TABELA 19), a incompatibilidade dos resultados foi demonstrada (FIGURA 20). Destaca-se a equação de Spurr ao apresentar as menores incompatibilidades quando comparada com as funções de afilamento em ambos os grupos. Em contraste, a equação de Schumacher-Hall apresenta as maiores incompatibilidades, principalmente nos diâmetros intermediários (próximos de 20 cm).

A diferença nas estimativas pela incompatibilidade das equações pode alcançar valores de até  $23,86 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ , equivalente a  $\sim 10\%$  da produção de um hectare na idade de rotação ( $\sim 250 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ). Apesar de  $10\%$  ser, geralmente, o limite de erro máximo admitido em inventários florestais, a incompatibilidade não é um erro amostral.

Essa incompatibilidade na estimativa da produção pelo procedimento 1, representa uma limitante para o processamento do inventário florestal quando o objetivo é estimar a produção total e por sortimentos. Adicionalmente, os dados de afilamento e volume não devem ser considerados de maneira independente, mas sim analisados como quantidades estatisticamente dependentes (DEMAERSCHALK, 1973b; MUNRO; DEMAERSCHALK, 1974).

Embora o procedimento 1 seja o mais utilizado pelas empresas do setor, a incompatibilidade volumétrica pode levar a erros no planejamento da produção pelo fato de se subestimar ou superestimar o estoque de madeira. Essa situação pode ocasionar perdas financeiras, principalmente considerando o alto valor agregado da madeira de pau-balsa nos mercados internacionais (GONZÁLEZ-OSORIO et al., 2010; CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2019).

É importante salientar que, a incompatibilidade não é devido aos estimadores utilizados para o ajuste das equações de afilamento e volume de forma independente, mas sim a um sistema de equações que não é projetado para ser compatível (FANG; BAILEY, 1999; DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; ROQUE-SOALLEIRO; ROJO-ALBORECA, 2007).

#### 2.4.4 Estimativa do volume total por meio de sistemas de equações compatíveis de afilamento e volume (procedimento 2)

Ao comparar por grupos de classes de idade as estatísticas dos sistemas de equações compatíveis (TABELA 21, procedimento 2) com as das equações de afilamento e de volume ajustadas de forma independente (TABELA 19, procedimento 1), observa-se que a acuidade na estimativa do volume é semelhante. Contudo, a modelagem da variância dos resíduos no ajuste dos sistemas de equações compatíveis pelo procedimento SUR permite obter coeficientes mais eficientes, ou seja, com menor erro padrão (ZELLER, 1962; PARRESOL, 1999; PARRESOL, 2001;

ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; ROQUE-SOALLEIRO; ROJO-ALBORECA, 2007; BEHLING et al., 2020).

O comportamento heteroscedástico apresentado pelos resíduos absolutos das equações ajustadas de forma independente (FIGURAS 17 e 18) e pelos sistemas de equações compatíveis (FIGURA 22) na estimativa do volume sugere a violação do pressuposto de homogeneidade das variâncias na regressão. Isso ocorre quando a variância aumenta de forma notável à medida que aumenta o valor da variável dependente (ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; ROQUE-SOALLEIRO; ROJO-ALBORECA, 2007), de tal forma que árvores maiores apresentaram maior variabilidade volumétrica, ou seja, a variância do volume é proporcional ao tamanho das árvores.

A utilização da função de peso durante o ajuste das funções de volume pelos procedimentos 1 e 2 permitiu corrigir a heterogeneidade das variâncias, conforme evidenciado nos resíduos ponderados (FIGURAS 18 e 22) e como demonstrado também em outros trabalhos (PARRESOL, 2001; DIÉGUEZ-ARANDA, 2006; ZHAO et al., 2019). Os gráficos Normal QQ-Plot (FIGURAS 19 e 23) mostram que os resíduos das funções ajustadas para estimativa do volume total pelos procedimentos 1 e 2 tendem a uma destruição normal.

A avaliação da correlação contemporânea do grupo 1 (47,90%) no sistema de equações de Max-Burkhart escolhido como o de melhor desempenho geral para estimativa dos  $d_i$  e do volume (TABELA 21), confirma a relação biológica e matemática entre o afilamento das árvores e o seu volume total, o qual permite aumentar a eficiência do ajuste conjunto pelo estimador SUR. A baixa correlação contemporânea entre as variáveis do grupo 2 (8,68%) é coerente com a sua maior covariância de resíduos.

O bom desempenho do sistema de equações compatível de Max-Burkhart em ambos grupos de idade, tanto no ajuste como na validação, tem relação com o fato desse sistema se compor da função de afilamento segmentada de Max e Burkhart (1976), a qual permite uma boa descrição da forma do tronco, especialmente na base que concentra o maior volume (DIÉGUEZ-ARANDA, 2006), assim como de uma função de volume de variável combinada semelhante com a de Spurr (1952).

O ajuste conjunto desses sistemas compatíveis de equações de afilamento e volume, como o de Max-Burkhart, permitem minimizar, simultaneamente, a soma de quadrados do erro de ambas equações e não prioriza apenas uma delas como

acontece nos ajustes independentes (FANG; BAILEY, 1999; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; ROQUE-SOALLEIRO; ROJO-ALBORECA, 2007; ZHAO et al., 2019).

Esses resultados confirmam a hipótese formulada que os sistemas compatíveis de afilamento e volume ajustados conjuntamente são mais apropriados para a estimativa do volume total em árvores de *O. pyramidale* do que as equações ajustadas de forma independente, pois, além de garantir a compatibilidade nas estimativas volumétricas, aumenta a eficiência do ajuste ao considerar a correlação dos resíduos entre as equações do sistema quando ajustado pelo procedimento SUR, o que leva ao bom desempenho e maior confiabilidade nas estimativas.

Demostrou-se que, mesmo em espécies que apresentam alta variabilidade no crescimento como *O. pyramidale*, os sistemas de equações compatíveis de afilamento e volume apresentam bom desempenho e oferecem benefícios como compatibilidade das estimativas e flexibilidade em relação às equações tradicionais ajustadas de forma independente (ZHAO et al., 2019).

Por conta desses benefícios, a utilização de sistemas de equações compatíveis de afilamento e volume ajustados por regressões aparentemente não relacionadas (SUR) têm sido amplamente recomendada no mundo. Prova disso são os trabalhos realizados nos Estados Unidos da América (FANG; BORDERS; BAILEY, 2000; SHARMA; ODERWALD, 2001; LI; WEISKITTEL, 2010; ZHAO et al., 2019), na Nova Zelândia (GOULDING; MURRAY, 1976), na China (FANG; BAILEY, 1999), na Espanha (DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; ROQUE-SOALLEIRO; ROJO-ALBORECA, 2007), no México (CORRAL-RIVAS et al., 2007; SILVA-GONZÁLEZ et al., 2018), na Turquia (ŞENYURT; ERCANLI, 2019), entre outros.

## 2.5 CONCLUSÕES

O agrupamento dos dados de cubagem da espécie *Ochroma pyramidale* em classes de idade por meio de técnicas de análise multivariada, reduz o número equações a serem ajustadas na modelagem e aumenta o tamanho das amostras para a análise de regressão, além de permitir identificar semelhanças na forma das árvores entre os grupos.

Equações de afilamento e volume ajustadas de forma independente (procedimento 1), apresentam bom desempenho para estimativa do volume total e

dos diâmetros das seções ( $d_i$ ) com casca em árvores de *O. pyramidale*, respectivamente, porém, resultam na incompatibilidade volumétrica. Isso limita a sua utilização para o processamento do inventário florestal.

Equações de afilamento e volume ajustadas conjuntamente em sistemas de equações compatíveis (procedimento 2) apresentam bom desempenho para estimativa do volume total e dos diâmetros com casca das seções em árvores de *O. pyramidale*.

O desempenho das equações de afilamento e volume ajustadas de forma independente (procedimento 1) e conjuntamente em sistemas de equações compatíveis (procedimento 2), é semelhante entre si. Contudo, recomenda-se a utilização dos sistemas de equações, pois suas estimativas são acuradas e permitem resolver o problema da incompatibilidade volumétrica.

O fator de forma das árvores de *O. pyramidale* apresenta comportamento médio próximo entre as distintas idades, no entanto, a análise individual revela maior amplitude desse fator, o que demonstra a variabilidade das relações alométricas que determinam a forma do tronco nessa espécie.

### CAPÍTULO 3: AJUSTE SIMULTÂNEO DE EQUAÇÕES PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA PRODUÇÃO EM NÍVEL GLOBAL EM POVOAMENTOS DE *Ochroma pyramidale* NO EQUADOR

#### RESUMO

A quantificação da produção florestal é bem importante porque auxilia no planejamento e nas decisões técnico-financeiras. Diante disso, este capítulo teve por objetivo modelar a produção de povoamentos de *Ochroma pyramidale* com e sem desbaste, por meio do ajuste simultâneo do sistema de equações de área basal e volume de Sullivan e Clutter e compará-lo com o modelo completo proposto pelos mesmos autores. Os povoamentos em estudo foram submetidos a desbaste, mas o registro não consta no cadastro do inventário e, por conta disso, foi necessário fazer uma análise detalhada para estabelecer, de forma aproximada, a frequência e a intensidade dessa prática silvicultural. Dessa forma, foram utilizados 293 pares de informações, 96 com desbaste e 197 sem desbaste, advindos de 247 parcelas permanentes de 500 m<sup>2</sup> em povoamentos com 1,2 a 4,8 anos de idade. As parcelas foram classificadas em três índices de sítio: S1 (30 m), S2 (25 m) e S3 (20 m). Foram propostos três procedimentos para a modelagem da produção e da prognose em volume. 1 – estimativa em povoamentos sem desbaste com o ajuste do sistema de equações pelos estimadores de mínimos quadrados originários (OLS), mínimos quadrados em dois estágios (2SLS), regressões aparentemente não relacionadas (SUR) e mínimos quadrados em três estágios (3SLS) e comparado com o ajuste do modelo completo por OLS; 2 – estimativa em povoamentos com desbaste por meio do ajuste simultâneo do sistema de equações por 3SLS e comparado com o modelo completo; 3 – avaliação das curvas médias de produção e de incremento e a simulação de desbaste de 40% da área basal e do volume. O desempenho das equações foi avaliado por meio das estatísticas: correlação linear de Pearson ao quadrado ( $r^2$ ), erro quadrático médio (EQM), erro padrão da estimativa ( $S_{yx}$ ) e critério de informação de Akaike (AIC). O processamento foi realizado com o auxílio dos softwares SAS Studio®, RStudio® e Florexel®. O sistema de equações ajustado por 3SLS torna-se mais apropriado para a estimativa e prognose da produção volumétrica do que o modelo completo ajustado por OLS que leva a estimativas tendenciosas da área basal projetada. O ajuste simultâneo por 3SLS considera a correlação dos resíduos entre ambas equações durante o ajuste, o que o torna mais eficiente e permite estimativas mais confiáveis. A produção média dos povoamentos alcança nível assintótico em curta idade, com rotação silvicultural próxima dos três anos em povoamentos sem desbaste. Em povoamentos com desbaste, as curvas de produção e de incremento são afetadas pela falta de informações do volume de desbaste pré-comercial. A simulação de desbaste em área basal e volume, combinando as curvas de produção com e sem desbaste obtidas pelo sistema de equações, é uma alternativa viável e apropriada. Conclui-se que o ajuste simultâneo do sistema de equações pelo estimador 3SLS em povoamentos de *O. Pyramidale*, é mais apropriado pela sua maior eficiência, assim como pela sua precisão e confiabilidade nas estimativas.

**Palavras-chave:** modelo de Clutter, sistema de equações, volume em nível de povoamento, simulação de desbaste, pau-balsa.



## SIMULTANEOUS FIT OF EQUATIONS FOR GROWTH AND YIELD OF THINNED AND UNTHINNED *Ochroma pyramidale* STANDS IN ECUADOR

### ABSTRACT

The quantification of forest production is very important because it supports planning and technical-financial decisions. Therefore, this chapter aimed to model the yield of *Ochroma pyramidale* stands with and without thinning, by simultaneously fitting the equations system of basal area and volume of Sullivan and Clutter and comparing it with the complete model proposed by the same authors. The stands under study were thinned, yet, these records are not presented on the inventory registers, and thence it was necessary to conduct a detailed analysis in order to approximately establish, the frequency and intensity of this silvicultural practice. Thus, 293 pairs of information, 96 with thinning and 197 without thinning, from 247 permanent plots of 500 m<sup>2</sup> were used, in stands with ages from 1.2 to 4.8 years. The plots were classified into three site indexes: S1 (30 m), S2 (25 m) and S3 (20 m). Three procedures were proposed for modeling the yield and projection in volume: 1 - predictions in unthinned stands with the fit of the equations system by the ordinary least squares (OLS), least squares in two stages (2SLS), seemingly unrelated regressions (SUR) and least squares in three stages (3SLS) and compared with the of the complete model fitted by OLS; 2 - predictions in thinned stands by simultaneously fitting the equations system by 3SLS and comparison with the complete model; 3 - evaluation of the average yield and increment curves and the simulation of a 40% thinning of the basal area and volume. The performance of the equations was evaluated by means of statistics: Pearson's squared linear correlation coefficient ( $r^2$ ), mean squared error (MSE), standard error of estimate ( $S_{yx}$ ) and Akaike's information criterion (AIC). The processing was performed with the SAS Studio®, RStudio® and Florexel® softwares. The equations system fitted by 3SLS becomes more appropriate for the predictions and projections of volumetric yield than the complete model fitted by OLS which leads to biased predictions of the projected basal area. The simultaneous 3SLS fit considers the correlation of residuals between both equations during fitting, which makes it more efficient and allows more reliable predictions. The average stands yield achieves asymptotic behavior at a short age, with clear-cutting and replanting happening in three years in unthinned stands. In thinned stands, the yield and increment curves are affected by the lack of information about the pre-commercial thinning volume. The simulation of thinning in basal area and volume, combining the production curves for unthinned and thinned stands obtained by the equations system, is a viable and appropriate alternative. It is concluded that the simultaneous fit of the equations system by the 3SLS estimator in *O. Pyramidale* stands is more appropriate for its greater efficiency, as well as for the accuracy and reliability of predictions.

**Keywords:** Clutter model, equations systems, volume at stand level, thinning simulation, balsa wood.



### 3.1 INTRODUÇÃO

Estudos que relatam a produção volumétrica de *Ochroma pyramidale* (Cav. ex Lam.) Urb. cuja demanda no mercado internacional é crescente, ainda são escassos (FERNÁNDEZ-TOVAR, 2012; CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2019). Por conta disso, torna-se importante aprimorar a estimativa do volume e descrever a sua evolução em termos dos principais parâmetros dos povoamentos.

Os plantios em estudo são submetidos a desbaste e a sua madeira é utilizada para multiprodutos com sortimentos definidos por diâmetros mínimos. Contudo, aplicou-se para a estimativa e prognose (projeção) da produção dos povoamentos florestais, a modelagem global ou em nível de povoamento, sendo umas das mais importantes em termos do planejamento florestal (SCOLFORO, 1998; CAMPOS; LEITE, 2017).

Os modelos globais para representar a produção envolvem, geralmente, a idade, o índice de sítio, a área basal e/ou a densidade do povoamento (SIRONEN; KANGAS; MALTAMO, 2010). No Brasil, e conforme alguns pesquisadores (SCOLFORO, 2006; SALLES et al., 2012; MIRANDA e FIGUEIREDO FILHO, 2016; CAMPOS; LEITE, 2017), o modelo de produção e prognose de Clutter (1963) é o mais utilizado.

O modelo de Clutter (1963) para estimativa da produção em volume, que tem suas bases no trabalho de Schumacher (1939), pode ser obtido pela integração do modelo de crescimento (área basal) proposto pelo mesmo autor. Devido a essa característica, Clutter (1963) chamou de compatíveis esses modelos de crescimento e produção, mas esse conceito é diferente do abordado no capítulo 2 que trata da compatibilidade (igualdade) na estimativa volumétrica por equações de afilamento e volume.

A partir dos modelos propostos por Clutter (1963) para estimativa do crescimento e da produção, Sullivan e Clutter (1972) desenvolveram um sistema de equações para a prognose da produção em que a área basal atua como variável independente endógena do volume, permitindo estimativas confiáveis de ambas variáveis (SCOLFORO, 1998; SILVA, 2017).

Nesse mesmo trabalho, Sullivan e Clutter (1972) desenvolveram o modelo completo em que a equação da área basal está incorporada no modelo de volume como variável independente exógena. Com base nesse modelo, a prognose da

produção é obtida pela regressão linear de um único modelo, em contraste com o ajuste simultâneo do sistema de equações (BECK; DELLA-BIANCA, 1972; SULLIVAN; CLUTTER, 1972). Nesse modelo completo, os coeficientes da área basal não são estimados no ajuste e sim calculados por relação matemática com os do volume.

A facilidade no ajuste do modelo completo, assim como a sua exatidão, justifica ser o mais comumente utilizado pelas empresas do setor florestal, principalmente no Brasil. No entanto, a expressão algébrica desse modelo não permite identificar apropriadamente a área basal durante o ajuste e desconhece a correlação de seus resíduos com os do volume, o que pode gerar tendências na projeção da área basal, diminuir a confiabilidade da estimativa e da prognose da produção e comprometer a validação das equações (BURKHART; SPRINZ, 1984).

Beck e Della-Bianca (1972) fizeram uma modificação nesse modelo completo ao utilizar o inverso do sítio como variável independente e mostraram a sua aplicabilidade a povoamentos desbastados, inclusive para a simulação do próprio desbaste em nível de povoamento. Uma alternativa com potencial de ser explorada para a simulação do desbaste é utilizar o sistema de equações de Sullivan e Clutter (1972) e combinar as curvas de produção de forma a considerar os ritmos de crescimento antes e depois do desbaste.

O sistema de equações de Sullivan e Clutter (1972) não apresenta as desvantagens apontadas para o modelo completo. O ajuste desse sistema pode ser realizado por distintos estimadores, como os mínimos quadrados em dois estágios (2SLS - *Two-stage least-squares*) e os mínimos quadrados em três estágios (3SLS - *Three-stage least-squares*), esse último desenvolvido por Zellner e Theil (1962). 2SLS e 3SLS permitem o ajuste simultâneo das equações de volume e área basal, contudo, 3SLS considera a correlação entre seus resíduos, por meio das regressões aparentemente não relacionadas (SUR - *Seemingly unrelated regression*) descritas por Zellner (1962).

Conforme Zellner e Theil (1962), no primeiro estágio do ajuste por 2SLS, a matriz dos distúrbios (termo de erro ou simplesmente erros) é calculada de forma reduzida e, logo, os coeficientes de uma única equação estrutural são estimados no segundo estágio. O ajuste por 3SLS utiliza, num terceiro estágio, a matriz das perturbações estruturais calculada em 2SLS para estimar simultaneamente os coeficientes de todo o sistema por mínimos quadrados generalizados com menor

variância, menor erro padrão e maior eficiência (ZELLNER e THEIL 1962; MADANSKY, 1964; HECK, 1977).

Diante disso, este trabalho teve como objetivo geral modelar a produção em nível global de povoamentos com e sem desbaste de *Ochroma pyramidale* no Equador, por meio de sistemas de equações de área basal e volume. Os objetivos específicos foram:

i) Avaliar a exatidão e a eficiência do ajuste do sistema de equações de área basal e volume de Sullivan e Clutter pelos estimadores OLS, 2SLS, SUR e 3SLS em povoamentos sem desbaste e compará-lo com o ajuste do modelo completo por OLS (procedimento 1);

ii) Verificar em povoamentos com desbaste o ajuste simultâneo por 3SLS do sistema de equações de área basal e volume para estimativa e prognose da produção e compará-lo com o ajuste do modelo completo por OLS (procedimento 2);

iii) Comparar a produção média em nível global de povoamentos com e sem desbaste e determinar a idade de rotação silvicultural a partir das curvas médias de incremento em volume obtidas pelo ajuste simultâneo do sistema de equações (procedimento 3); e

iv) Verificar a viabilidade da simulação de desbaste em área basal e volume combinando as curvas médias de produção para povoamentos com e sem desbaste obtidas pelo ajuste simultâneo do sistema de equações (procedimento 3).

As hipóteses testadas foram: i) se o sistema de equações de área basal e volume de Sullivan e Clutter (1972) ajustado simultaneamente é mais apropriado para a estimativa e prognose da produção em nível global em povoamentos de *O. pyramidale* com e sem desbaste do que o modelo completo proposto pelos mesmos autores, devido à correlação entre o crescimento e a produção; e ii) se a simulação de desbaste em área basal e volume pela combinação das curvas médias em povoamentos com e sem desbaste, é apropriada, dado que o ritmo de crescimento e produção são diferentes sob ambos regimes de manejo.

## 3.2 MATERIAL E MÉTODOS

### 3.2.1 Caracterização da área de estudo e coleta e descrição dos dados

A área de estudo encontra-se localizada em cinco províncias do Equador como descrita no Capítulo 1. O volume utilizado para a modelagem em nível global corresponde ao estimado no Capítulo 2 para árvores individuais, extrapolando-o da parcela para um hectare.

Os povoamentos avaliados foram manejados sob regime de desbaste, sendo que o principal deles, que reduz a densidade de ~800 para ~300 árvores por hectare, é praticado pela empresa de forma pré-comercial entre o primeiro e o segundo ano de idade. Por causa disso, o volume desbastado não foi considerado nas análises, uma vez que ele não foi aproveitado.

Uma limitação relacionada à prática do desbaste, é que seu registro não consta no cadastro do inventário florestal. Para contornar a falta dessa informação, houve a necessidade de realizar uma análise detalhada sobre a evolução do número de árvores ( $n$ ) e da área basal ( $G$ ) entre cada par de medições das parcelas para estabelecer, de forma aproximada, a frequência e a intensidade dessa prática silvicultural.

Na primeira etapa de preparação dos dados, foram desconsiderados os pares de medições em que o  $G$  diminui, pois os modelos de produção utilizados foram desenvolvidos para  $G$  crescente. Logo, naqueles casos em que o  $n$  diminuiu mais do que 10%, os povoamentos foram considerados como desbastados (197 pares) e nos que o  $n$  foi menor ou igual do que 10%, foram considerados sem desbastaste (96 pares).

Dessa forma, foram utilizados 293 pares de informações para a modelagem da produção e da prognose da área basal e do volume em nível global de povoamento. Estes dados são advindos de 247 parcelas permanentes de 500 m<sup>2</sup> com uma a duas remedições e árvores com 1,2 e 4,8 anos de idade.

A falta de registro do desbaste e a não padronização na idade, frequência e intensidade dessa prática silvicultural limitam a análise dos resultados da modelagem. Mesmo assim, e considerando que as curvas resultantes da modelagem refletem a produção real do remanescente, realizou-se a análise no sentido de constatar como a

produção foi afetada com o desbaste. Pela lei da produção final constante, se espera que o volume total seja semelhante em povoamentos com e sem desbaste.

As estatísticas descritivas das variáveis utilizadas na modelagem da produção estão apresentadas na TABELA 23. Destaca-se a alta produtividade da espécie, com povoamentos que podem ultrapassar os 400 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> em idade de até 4,8 anos.

TABELA 23 – ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS PARA A MODELAGEM DA PRODUÇÃO E DA PROGNOSE EM POVOAMENTOS COM E SEM DESBASTE DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

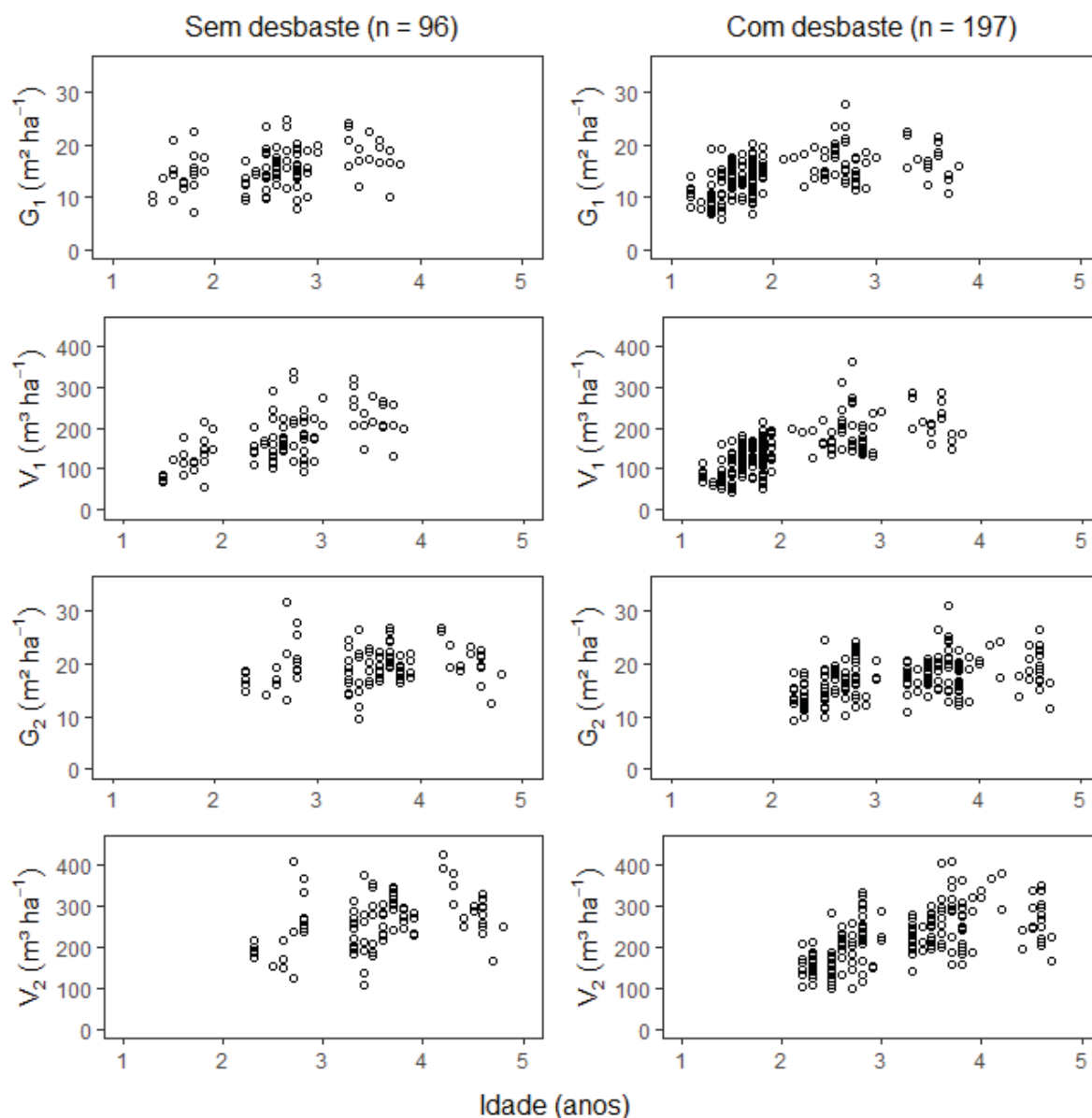
| Conjunto de dados | Variável       | n   | Min.   | Méd.   | Máx.   | Amp.   | Var.    | s     | CV%   |
|-------------------|----------------|-----|--------|--------|--------|--------|---------|-------|-------|
| Sem desbaste      | G <sub>1</sub> | 96  | 7,33   | 15,54  | 24,68  | 17,35  | 15,84   | 3,98  | 25,60 |
|                   | G <sub>2</sub> |     | 9,66   | 19,76  | 31,66  | 22,00  | 13,92   | 3,73  | 18,88 |
|                   | V <sub>1</sub> |     | 53,70  | 173,65 | 335,69 | 281,99 | 3745,95 | 61,20 | 35,25 |
|                   | V <sub>2</sub> |     | 109,19 | 262,75 | 425,44 | 316,25 | 4107,58 | 64,09 | 24,39 |
|                   | I <sub>1</sub> |     | 1,40   | 2,56   | 3,80   | 2,40   | 0,40    | 0,63  | 24,69 |
|                   | I <sub>2</sub> |     | 2,30   | 3,54   | 4,80   | 2,50   | 0,40    | 0,63  | 17,91 |
| Com desbaste      | G <sub>1</sub> | 197 | 5,95   | 14,26  | 27,90  | 21,95  | 14,56   | 3,82  | 26,75 |
|                   | G <sub>2</sub> |     | 9,12   | 17,48  | 31,03  | 21,91  | 13,43   | 3,66  | 20,96 |
|                   | V <sub>1</sub> |     | 43,28  | 140,90 | 363,67 | 320,39 | 3197,33 | 56,54 | 40,13 |
|                   | V <sub>2</sub> |     | 100,23 | 227,69 | 410,24 | 310,00 | 4348,38 | 65,94 | 28,96 |
|                   | I <sub>1</sub> |     | 1,20   | 2,02   | 3,80   | 2,60   | 0,42    | 0,65  | 32,09 |
|                   | I <sub>2</sub> |     | 2,20   | 3,25   | 4,70   | 2,50   | 0,49    | 0,70  | 21,47 |

Em que: I<sub>1</sub> e I<sub>2</sub> são as idades 1 (inicial) e 2 (remedição), G<sub>1</sub> e G<sub>2</sub> são a área basal nas idade 1 e 2, respectivamente; V<sub>1</sub> e V<sub>2</sub> são o volume nas idade 1 e 2, respectivamente; n: pares de informações; Mín. é o valor mínimo; Méd. é a média; Máx. é o valor máximo; Amp. é a amplitude; Var. é a variância e s significa desvio padrão (±).

FONTE: O autor (2020).

A evolução da produção, ao longo da idade, nas medições e remedições das parcelas em povoamentos com e sem desbaste pode ser observada na FIGURA 25. Nela, observou-se a correspondência da dispersão dos pontos entre a área basal e o volume, assim como a sua tendência assintótica alcançada com poucos anos de idade, principalmente nos povoamentos desbastados. Destaca-se a grande variabilidade apresentada conforme a idade, tanto em volume como em área basal.

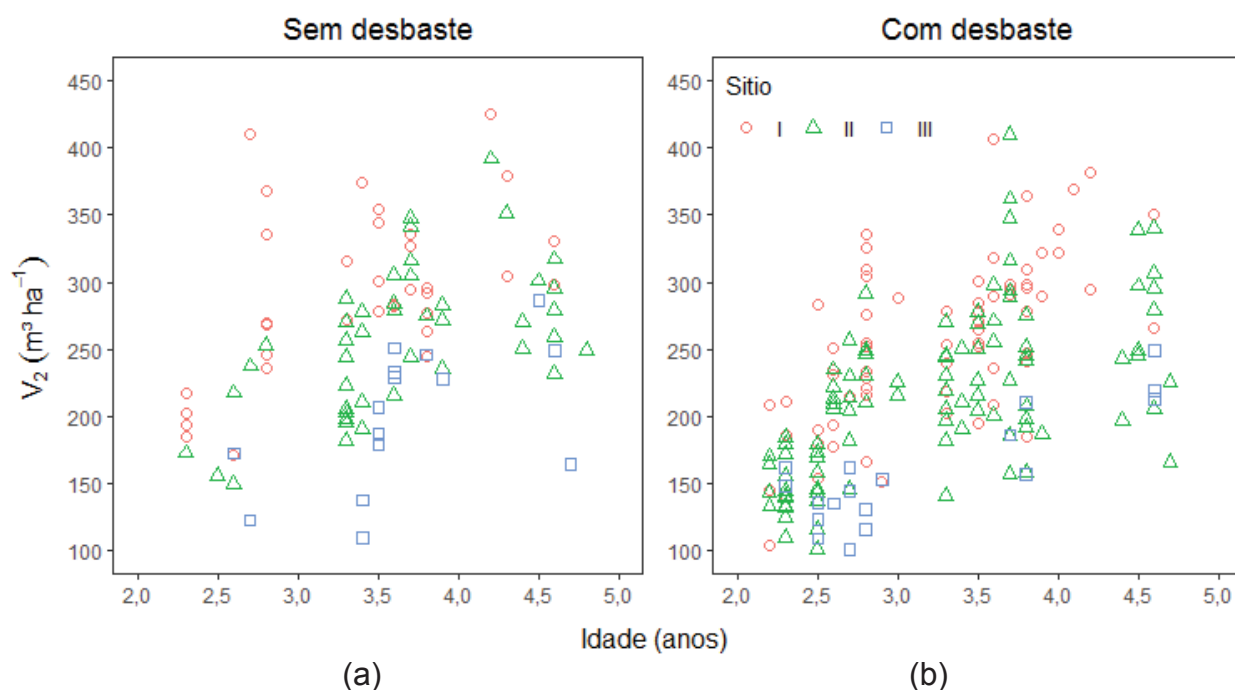
FIGURA 25 – CONJUNTO DE DADOS COM E SEM DESBASTE PARA A MODELAGEM DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM NÍVEL GLOBAL EM POVOAMENTOS DE *O. PYRAMIDALE* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

Para a modelagem, utilizou-se a classificação de sítio das parcelas realizada no capítulo 1 que trata da relação hipsométrica, contemplando três classes de índice sítio: S1 (30 m), S2 (25 m) e S3 (20 m). Com base nessa classificação, é possível perceber a relação entre a produção e o sítio para povoamentos de *O. pyramidale* com e sem desbaste (FIGURAS 26a e 26b), sendo portanto uma variável importante para a modelagem.

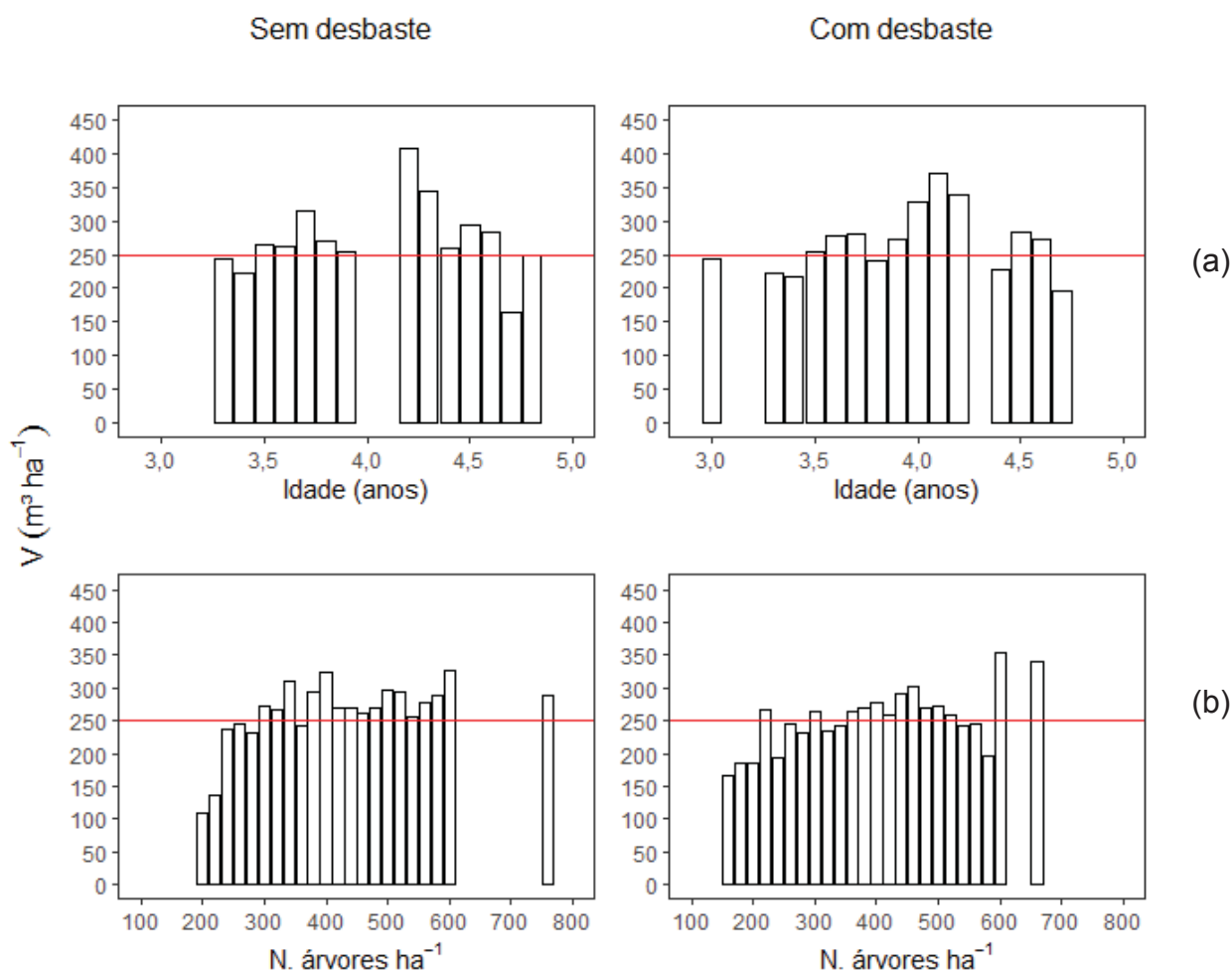
FIGURA 26 – PRODUÇÃO EM VOLUME POR CLASSES DE SÍTIO EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE (a) E COM DESBASTE (b) DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

Uma característica dos plantios em estudo, com e sem desbaste, é a aparente estabilização da sua produção média em torno de  $250 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  quando eles alcançam três anos de idade (FIGURA 27a), com densidades variando entre 150 e 700 árvores por hectare (FIGURA 27b), aproximadamente. Essa semelhança na produção entre os povoamentos sob ambos regimes de manejo está influenciada, em parte, pela falta do registro do desbaste no cadastro do inventário.

FIGURA 27 – PRODUÇÃO MÉDIA NA IDADE DE ROTAÇÃO (3 A 5 ANOS) EM FUNÇÃO DA IDADE (a) E DO NÚMERO DE ÁRVORES POR HECTARE (b) EM POVOAMENTOS COM E SEM DESBASTE DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

### 3.2.2 Funções e estimadores utilizados

As funções utilizadas para a modelagem da produção de *O. pyramidale* estão apresentados na Tabela 24. Utilizou-se o modelo linear de Clutter (1963) para estimativa da produção (equação 40) e o sistema de equações de área basal e volume proposto por Sullivan e Clutter (1972) para a prognose da produção em nível global (equações 41 e 42).

Utilizou-se também o modelo completo para prognose do volume proposto por Sullivan e Clutter (1972). Nesse modelo, a equação de área basal projetada está incorporada como variável independente exógena na função de volume projetado



(equação 43). Conforme esses autores e dada a relação biológica entre área basal e volume, é possível calcular, sempre que necessário, os coeficientes da equação para a prognose da área basal (equação 44) por meio de sua relação matemática com alguns coeficientes do modelo completo (equações 45 e 46).

TABELA 24 – MODELOS UTILIZADOS PARA A ESTIMATIVA E PROGNOSSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Tipo de modelo                         | Função  | Eq.     | Fonte                           |
|--|---|---------|---------------------------------|
| Produção                               | $\ln(V) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \frac{1}{I_1} + \hat{\beta}_2 S + \hat{\beta}_3 \ln(G) + \varepsilon$   | (40)    |                                 |
| Prognose:<br>sistema<br>de<br>equações | $\ln(V_2) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \frac{1}{I_2} + \hat{\beta}_2 S + \hat{\beta}_3 \ln(G_2) + \varepsilon$   | (41)    | Clutter<br>(1963)               |
|  | $\ln(G_2) = \ln(G_1) \frac{I_1}{I_2} + \hat{\alpha}_0 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) + \hat{\alpha}_1 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) S + \varepsilon$   | (42)    |                                 |
|  | $\ln(V_2) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \frac{1}{I_2} + \hat{\beta}_2 S + \hat{\beta}_3 \ln(G_1) \frac{I_1}{I_2} + \hat{\beta}_4 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) + \hat{\beta}_5 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) S + \varepsilon$ | (43)    |                                 |
| Prognose:<br>Modelo<br>completo        | $\ln(G_2) = \ln(G_1) \frac{I_1}{I_2} + \hat{\alpha}_0 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) + \hat{\alpha}_1 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) S + \varepsilon$   | (44)    | Sullivan e<br>Clutter<br>(1972) |
|  | $\hat{\alpha}_0 = \frac{\hat{\beta}_4}{\hat{\beta}_3} ; \hat{\alpha}_1 = \frac{\hat{\beta}_5}{\hat{\beta}_3}$   | (45,46) |                                 |

Em que:  $I_1$  e  $I_2$  são as idades 1 e 2 (remediação);  $V_2$  é o volume ( $m^3 \text{ ha}^{-1}$ ) em  $I_2$ ;  $G_2$  é a área basal ( $m^2 \text{ ha}^{-1}$ ) projetada em  $I_2$ ;  $G_1$  é a área basal ( $m^2 \text{ ha}^{-1}$ ) em  $I_1$ ;  $S$  é o índice de sítio na idade de referência;  $\hat{\alpha}_0$ ,  $\hat{\alpha}_1$ ,  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$ ,  $\hat{\beta}_3$ ,  $\hat{\beta}_4$  e  $\hat{\beta}_5$  são os coeficientes da regressão;  $\ln$  significa logaritmo natural;  $\varepsilon$  significa erro estatístico e Eq. quer dizer equação.

FONTE: O autor (2020).

Para a modelagem da produção em nível global, foram propostos três procedimentos: 1 – modelagem da produção e da prognose em volume para povoamentos sob regime sem desbaste com o ajuste do modelo completo pelos mínimos quadrados originários (OLS – *Ordinary Least Square*) e do sistema de

equações pelos estimadores OLS, mínimos quadrados em dois estágios (2SLS - *Two-stage least-squares*), regressões aparentemente não relacionadas (SUR - *Seemingly unrelated regression*) e mínimos quadrados em três estágios (3SLS - *Three-stage least-squares*).

O procedimento 2 – modelagem da produção e da prognose do volume para plantios sob regime com desbaste, por meio do modelo completo ajustado por OLS e do ajuste simultâneo do sistema de equações por 3SLS. O procedimento 3 – avaliação das curvas médias de produção e de incremento em volume para povoamentos com e sem desbaste, determinação da idade de rotação silvicultural e simulação de desbaste.

Utilizou-se para a construção das curvas médias de produção e de incremento, por classes de sítio, as equações obtidas pelo sistema de equações com idades iniciais de 1,3 e 1,5 anos e áreas basais iniciais de 10 e 12 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> para povoamentos com e sem desbaste, respectivamente.

A simulação de desbaste foi executada combinando as curvas de produção de povoamentos com e sem desbaste de *O. pyramidale*, construídas a partir de áreas basais iniciais ( $G_1$ ) de 5, 10, 15 e 20 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> resultantes da amplitude dessa variável (6,86 – 20,75 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup>) nas idades iniciais ( $I_1$ ) de 1,3 e 1,5 anos utilizadas na construção das curvas médias.

A metodologia para a simulação de desbaste foi conforme o trabalho de Beck e Della-Bianca (1972), os quais ajustaram o modelo completo a florestas nativas desbastadas com predomínio de *Liriodendron tulipifera* e construíram curvas por índice de sítio a partir de áreas basais iniciais resultantes da amplitude dessa variável numa idade inicial conhecida.

### 3.2.3 Estatísticas de ajuste, medidas de precisão e processamento dos dados

Para a avaliação de desempenho das equações ajustadas pelos distintos estimadores, foram utilizadas as seguintes estatísticas: correlação linear de Pearson ao quadrado ( $r^2$ ) entre os valores observados e estimados como medida do ajuste, e erro quadrático médio (EQM), erro padrão da estimativa ( $S_{yx}\%$ ) e critério de informação de Akaike (AIC) como medidas de precisão. Realizou-se a análise gráfica dos resíduos e avaliou-se a sua normalidade por meio do gráfico Normal Quantil-Quantil (QQ-plot).

Realizou-se o ranqueamento das equações ajustadas no procedimento 1, primeiro a partir das estatísticas de ajuste e precisão e, logo, a partir do erro padrão dos coeficientes. O primeiro ranqueamento visa mostrar as diferenças na acuidade das equações ajustadas pelos distintos estimadores, e o segundo tem como finalidade mostrar as diferenças na eficiência do ajuste por cada estimador.

No processamento dos dados, utilizou-se para o pareamento a extensão FLOREXEL<sup>®</sup> desenvolvida por Optimber S.A. e compatível com o *software* EXCEL<sup>®</sup>. O ajuste dos modelos pelos distintos estimadores foi realizada por meio do *software* SAS<sup>®</sup> Studio (SAS INSTITUTE INC., 2019), com uso dos procedimentos PROC MODEL, FIT, COV, OLS, SUR, 2SLS e 3SLS. Ainda no SAS<sup>®</sup> Studio, foi calculada a matriz de correlação contemporânea para o ajuste do sistema de equações a partir da matriz de covariância.

O restante do processamento foi efetuado com o *software* R, versão 3.6.1 (R CORE TEAM, 2019). Utilizou-se para preparo e adequação dos dados o pacote *dplyr* versão 0.8.5 (WICKHAM et al., 2020) e para elaboração dos gráficos os pacotes *ggplot2* versão 3.3.0 (WICKHAM et al., 2018) e *gridExtra* versão 2.3 (AUGUIE, 2020).

### 3.3 RESULTADOS

#### 3.3.1 Procedimento 1 – estimativa e prognose da área basal e do volume em povoamentos sem desbaste

A avaliação de desempenho do sistema de equações e do modelo completo ajustados pelos distintos estimadores foi realizada a partir das estatísticas de ajuste e exatidão (TABELA 25). Conforme os resultados dessas estatísticas e do ranqueamento realizado, observou-se que o modelo completo ajustado por OLS apresentou melhor desempenho para a prognose do volume, porém, ocupou o último lugar na classificação para estimativa da área basal projetada.

TABELA 25 – RANQUEAMENTO DO DESEMPENHO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PELOS DISTINTOS ESTIMADORES PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Variável                       | Tipo de modelo      | Estimador | Estatísticas de ajuste |         |              |         | Ranqueamento |
|--------------------------------|---------------------|-----------|------------------------|---------|--------------|---------|--------------|
|                                |                     |           | $r^2$                  | EQM     | $S_{yx}$ (%) | AIC     |              |
| Volume projetado ( $V_2$ )     | Completo            | OLS       | 0,89660                | 421,503 | 8,07011      | 866,644 | 1            |
|                                | Sistema de equações | OLS       | 0,88866                | 462,253 | 8,35884      | 871,503 | 5            |
|                                |                     | 2SLS      | 0,88847                | 461,716 | 8,35399      | 871,391 | 3            |
|                                |                     | SUR       | 0,88844                | 461,716 | 8,35399      | 871,391 | 4            |
|                                |                     | 3SLS      | 0,88843                | 461,676 | 8,35363      | 871,383 | 2            |
|                                | Completo            | OLS       | 0,87973                | 6,20102 | 12,7340      | 453,609 | 5            |
| Área basal projetada ( $G_2$ ) | Sistema de equações | OLS       | 0,86953                | 1,80390 | 6,86815      | 335,071 | 2            |
|                                |                     | 2SLS      | 0,86953                | 1,80390 | 6,86815      | 335,071 | 2            |
|                                |                     | SUR       | 0,86953                | 1,80335 | 6,86711      | 335,042 | 2            |
|                                |                     | 3SLS      | 0,86953                | 1,80328 | 6,86699      | 335,039 | 1            |

Em que: OLS vem de *ordinary least square* e significa mínimos quadrados ordinários; 2SLS vem de *Two-stage least-squares* e significa mínimos quadrados em dois estágios; SUR vem de *seemingly unrelated regression* e refere-se às regressões aparentemente não relacionadas; 3SLS vem de *Three-stage least-squares* e significa mínimos quadrados em três estágios;  $r^2$  é a correlação linear de Pearson ao quadrado; EQM é o erro quadrático médio;  $S_{yx}$  é o erro padrão da estimativa em porcentagem; AIC é o critério de informação de Akaike e  $\Sigma$  significa somatório.

FONTE: O autor (2020).

Destaca-se ainda, na TABELA 25, o estimador 3SLS por apresentar bom desempenho para o ajuste do modelo de prognose de volume e as melhores estatísticas para a estimativa da área basal projetada.

Os coeficientes das equações ajustas no procedimento 1 estão apresentados na TABELA 26. Observa-se a não significância dos coeficientes  $\hat{\alpha}_1$  para o sistema de equações obtidos por SUR e 3SLS, assim como de  $\hat{\beta}_5$  para o modelo completo. Para os coeficientes  $\hat{\alpha}_0$  e  $\hat{\alpha}_1$  do modelo completo, o software utilizado não revela a significância devido ao fato deles não resultarem do ajuste e sim calculados pelas equações (45) e (46).

TABELA 26 - COEFICIENTES DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA E PROGNOSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Equação ajustada    |           | Coeficientes                       |                 |                 |                 |                 |                      |  |                      |
|---------------------|-----------|------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------------|--|----------------------|
|                     |           | Volume projetado (V <sub>2</sub> ) |                 |                 |                 |                 |                      | Área basal projetada (G <sub>2</sub> ) |                      |
| Modelo              | Estimador | $\hat{\beta}_0$                    | $\hat{\beta}_1$ | $\hat{\beta}_2$ | $\hat{\beta}_3$ | $\hat{\beta}_4$ | $\hat{\beta}_5$      | $\hat{\alpha}_0$                       | $\hat{\alpha}_1$     |
| Completo            | OLS       | 1,9909*                            | -0,4641*        | 0,0299*         | 0,9558*         | 3,2270*         | 0,0205 <sup>ns</sup> | 3,3761                                 | 0,0214               |
|                     | OLS       | 1,8878*                            | -0,3155*        | 0,0310*         | 0,9969*         |                 |                      | 3,2546*                                | 0,0136*              |
| Sistema de Equações | 2SLS      | 1,9080*                            | -0,3161*        | 0,0312*         | 0,9887*         |                 |                      | 3,2546*                                | 0,0136*              |
|                     | SUR       | 1,9100*                            | -0,3226*        | 0,0311*         | 0,9896*         |                 |                      | 3,2615*                                | 0,0133 <sup>ns</sup> |
|                     | 3SLS      | 1,9115*                            | -0,3234*        | 0,0311*         | 0,9892*         |                 |                      | 3,2624*                                | 0,0132 <sup>ns</sup> |

Em que: V<sub>2</sub> é o volume projetado (m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup>); G<sub>2</sub> é a área basal projetada (m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup>);  $\hat{\alpha}_0$ ,  $\hat{\alpha}_1$ ,  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$ ,  $\hat{\beta}_3$ ,  $\hat{\beta}_4$  e  $\hat{\beta}_5$  são os coeficientes da regressão; (\*) e (<sup>ns</sup>) corresponde a significativo e não significativo, respectivamente, com 95% de probabilidade; OLS vem de *ordinary least square* e refere-se aos mínimos quadrados ordinários; 2SLS vem de *Two-stage least-squares* e significa mínimos quadrados em dois estágios; SUR vem de *seemingly unrelated regression* e refere-se às regressões aparentemente não relacionadas; 3SLS vem de *Three-stage least-squares* e significa mínimos quadrados em três estágios.

FONTE: O autor (2020).

Observa-se ainda, na TABELA 26, que o sistema de equações de área basal e volume apresenta, de forma geral, coeficientes com valores próximos entre si quando comparado seu ajuste pelos distintos estimadores. Esses valores diferem um pouco dos obtidos por OLS para o modelo completo quando comparados os coeficientes em comum ( $\hat{\beta}_0$  a  $\hat{\beta}_3$  e  $\hat{\alpha}_0$ ,  $\hat{\alpha}_1$ ).

A partir dos resultados apresentados na TABELA 26, é possível extrair os coeficientes da equação (40) para estimativa da produção em povoamentos sem desbaste pelos distintos estimadores. Assim, por exemplo, a equação (47) resulta do ajuste pelo estimador 3SLS, a qual apresentou r<sup>2</sup> de 0,977, EQM de 141,59, S<sub>yx</sub> 3,701% e AIC de 757,924.

$$\ln(V) = 1,9139 - 0,3234 \frac{1}{I} + 0,0311 S + 0,9892 \ln(G) \quad (47)$$

Em que I é a idade (anos), V é o volume (m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup>), G é a área basal (m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup>), S é o índice de sítio na idade de referência (3,5 anos) e ln, o logaritmo natural.

Na avaliação da eficiência do ajuste do sistema de equações realizada a partir do erro padrão dos coeficientes, observou-se resultados semelhantes entre os distintos estimadores. No entanto, destacam-se no ranqueamento os estimadores SUR e 3SLS, pois permitem estimativas mais confiáveis para a prognose do volume e da área basal, respectivamente.

TABELA 27 - ERRO PADRÃO DOS COEFICIENTES E RANQUEAMENTO DOS ESTIMADORES UTILIZADOS NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Modelo /<br>Estimador     |      | Erro padrão                        |                 |                 |                 |                 |                 |   |                  | Ranqueamento   |   |                |   |
|---------------------------|------|------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---|------------------|----------------|---|----------------|---|
|                           |      | Volume projetado (V <sub>2</sub> ) |                 |                 |                 |                 |                 | Área basal<br>projetada (G <sub>2</sub> ) |                  | V <sub>2</sub> |   | G <sub>2</sub> |   |
|                           |      |                                    |                 |                 |                 |                 |                 |   |                  | Σ              | R | Σ              | R |
|                           |      | $\hat{\beta}_0$                    | $\hat{\beta}_1$ | $\hat{\beta}_2$ | $\hat{\beta}_3$ | $\hat{\beta}_4$ | $\hat{\beta}_5$ | $\hat{\alpha}_0$                          | $\hat{\alpha}_1$ |                |   |                |   |
| Completo                  | OLS  | 0,3146                             | 0,1972          | 0,0122          | 0,0464          | 1,0704          | 0,0425          |   |                  | 20             | 5 |                |   |
|                           | OLS  | 0,0671                             | 0,0731          | 0,0013          | 0,0199          |                 |                 | 0,1727                                    | 0,0068           | 9              | 2 | 3              | 2 |
| Sistema<br>de<br>Equações | 2SLS | 0,0696                             | 0,0732          | 0,0013          | 0,0212          |                 |                 | 0,1727                                    | 0,0068           | 16             | 4 | 3              | 2 |
|                           | SUR  | 0,0667                             | 0,0726          | 0,0013          | 0,0197          |                 |                 | 0,1727                                    | 0,0068           | 4              | 1 | 3              | 2 |
|                           | 3SLS | 0,0691                             | 0,0726          | 0,0013          | 0,0210          |                 |                 | 0,1726                                    | 0,0068           | 9              | 2 | 2              | 1 |

Em que:  $V_2$  é o volume projetado ( $m^3 ha^{-1}$ );  $G_2$  é a área basal ( $m^2 ha^{-1}$ ) projetada;  $\ln$  significa logaritmo natural;  $\hat{\alpha}_0$ ,  $\hat{\alpha}_1$ ,  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$ ,  $\hat{\beta}_3$ ,  $\hat{\beta}_4$  e  $\hat{\beta}_5$  são os coeficientes da regressão; OLS vem de *ordinary least square* e refere-se aos mínimos quadrados ordinários; 2SLS vem de *Two-stage least-squares* e significa mínimos quadrados em dois estágios; SUR vem de *seemingly unrelated regression* e refere-se às regressões aparentemente não relacionadas; 3SLS vem de *Three-stage least-squares* e significa mínimos quadrados em três estágios;  $\Sigma$  significa somatório e R é de ranqueamento.

FONTE: O autor (2020).

Observa-se ainda, na TABELA 27, que os coeficientes do modelo completo comuns aos do sistema de equações para a prognose do volume, apresentaram maior erro padrão. No caso da área basal projetada, não é possível essa comparação pelo fato dos coeficientes do modelo completo não serem estimados.

Na matriz de correlação contemporânea obtida a partir do ajuste do sistema de equações pelos distintos estimadores (TABELA 28), observou-se a baixa correlação entre as variáveis dependentes área basal e volume com o termo de erro.

No modelo completo, o ajuste é realizado com uma única equação e por tanto não é possível calcular essa correlação.

TABELA 28 – MATRIZ DE CORRELAÇÃO CONTEMPORÂNEA NO AJUSTE DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DE SULLIVAN E CLUTTER PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Modelo              | Estimador | Correlação entre $G_2$ e $V_2$ |
|---------------------|-----------|--------------------------------|
| Completo            | OLS       | ----                           |
| Sistema de equações | OLS       | 0,1182131                      |
|                     | 2SLS      | 0,1317146                      |
|                     | SUR       | 0,1315137                      |
|                     | 3SLS      | 0,1323589                      |

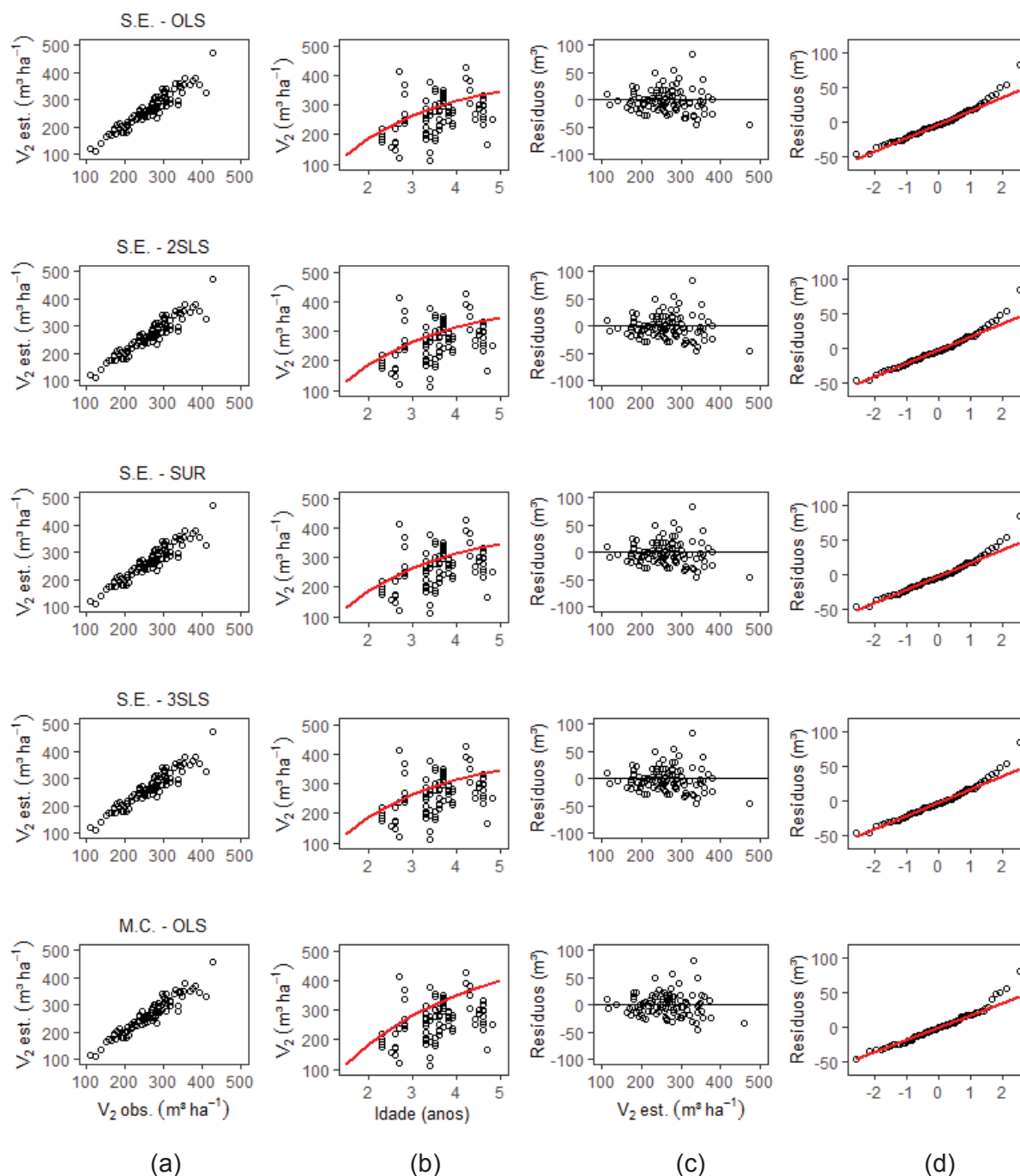
Em que:  $G_2$  é área basal projetada e  $V_2$  é o volume projetado.

FONTE: O autor (2020).

Na análise gráfica da modelagem para a prognose do volume em nível global em povoamentos sem desbaste, observou-se comportamento semelhante entre os distintos modelos e estimadores (FIGURA 28). É possível perceber que houve boa correlação entre os valores observados e estimados (FIGURA 28a), a curva média apresentou comportamento apropriado (FIGURA 28b) e o gráfico de resíduos não mostrou tendências aparentes, a exceção do modelo completo (M.C.) ajustado por OLS para estimativa da área basal (FIGURA 28c). Por outro lado, o gráfico QQ-Plot evidenciou que os resíduos seguem tendência de uma distribuição normal (FIGURA 28d).

FIGURA 28 – VALORES OBSERVADOS VERSUS ESTIMADOS (a), CURVA MÉDIA (b), RESÍDUOS ABSOLUTOS (c) E AVALIAÇÃO DA NORMALIDADE (d) NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES PARA

# ESTIMATIVA E PROGNÓSE DO VOLUME EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



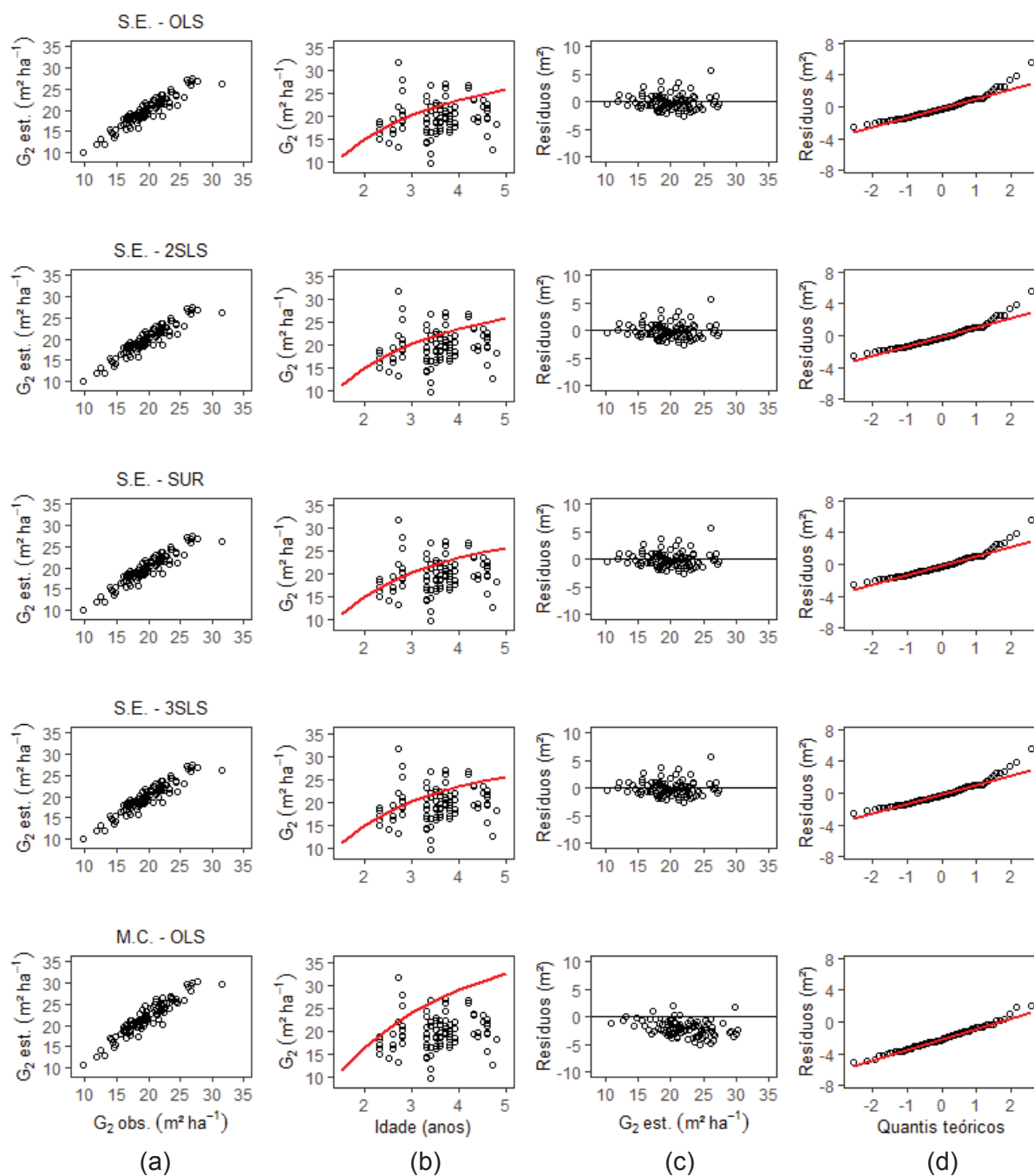
Em que: S.E. significa sistema de equações; M.C. modelo completo;

FONTE: O autor (2020).

Na análise gráfica do ajuste para a prognose da área basal em povoamentos sem desbaste (FIGURA 29), observou-se que o modelo completo apresentou comportamento diferente do sistema de equações, sendo que a curva média (FIGURA 29b) e os resíduos (FIGURA 29c) evidenciaram tendenciosidades nas estimativas.



FIGURA 29 – VALORES OBSERVADOS VERSUS ESTIMADOS (a), CURVA MÉDIA (b), RESÍDUOS ABSOLUTOS (c) E AVALIAÇÃO DA NORMALIDADE (d) NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL EM POVOAMENTOS SEM DESBASTE DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



Em que: S.E. significa sistema de equações e M.C. modelo completo.

FONTE: O autor (2020).

### 3.3.2 Procedimento 2 – estimativa e prognose da área basal e do volume em povoamentos com desbaste

Em povoamentos de *O. pyramidale* desbastados, as estatísticas de avaliação para o ajuste do sistema de equações pelo estimador 3SLS e do modelo completo por OLS (TABELA 29) apresentaram, de forma geral, menor desempenho para a estimativa do volume e da área basal em relação ao ajuste desses modelos para povoamentos sem desbaste (procedimento 1).

TABELA 29 – AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS COM DESBASTE DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Variável                       | Tipo de modelo | Estimador | Estatísticas de ajuste |         |              |         | Ranqueamento |   |
|--------------------------------|----------------|-----------|------------------------|---------|--------------|---------|--------------|---|
|                                |                |           | $r^2$                  | EQM     | $S_{yx}$ (%) | AIC     | $\Sigma$     | R |
| Volume projetado ( $V_2$ )     | Completo       | OLS       | 0,85357                | 634,103 | 11,2320      | 1844,15 | 4            | 1 |
|                                | Sis. Eq.       | 3SLS      | 0,84780                | 660,228 | 11,4015      | 1848,10 | 8            | 2 |
| Área basal projetada ( $G_2$ ) | Completo       | OLS       | 0,76040                | 3,688   | 11,0429      | 822,16  | 7            | 2 |
|                                | Sis. Eq.       | 3SLS      | 0,75944                | 3,266   | 10,3921      | 798,23  | 5            | 1 |

Em que:  $V_2$  é o volume projetado ( $m^3 ha^{-1}$ );  $G_2$  é a área basal projetada ( $m^2 ha^{-1}$ ); Sis. Eq. significa sistema de equações; OLS vem de *ordinary least square* e refere-se aos mínimos quadrados ordinários; 3SLS vem de *Three-stage least-squares* e significa mínimos quadrados em três estágios;  $r^2$  é a correlação linear de Pearson ao quadrado; EQM é o erro quadrático médio;  $S_{yx}$  é o erro padrão da estimativa; AIC é o critério de informação de Akaike;  $\Sigma$  significa somatório e R é de ranqueamento.

FONTE: O autor (2020).

Os coeficientes do ajuste do sistema de equações e do modelo completo em povoamentos de *O. pyramidale* desbastados (TABELA 30) foram significativos ( $p < 0,05$ ), com exceção do  $\hat{\beta}_5$  no modelo completo. Os coeficientes  $\hat{\alpha}_0$  e  $\hat{\alpha}_1$  do modelo completo foram calculados e por conta disso não foi apresentada a sua significância.

TABELA 30 – COEFICIENTES DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA E PROGNOSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS COM DESBASTE DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

| Modelo / Estimador         | Coeficientes               |                 |                 |                 |                 |                       |                                |                  |
|----------------------------|----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------------|--------------------------------|------------------|
|                            | Volume projetado ( $V_2$ ) |                 |                 |                 |                 |                       | Área basal projetada ( $G_2$ ) |                  |
|                            | $\hat{\beta}_0$            | $\hat{\beta}_1$ | $\hat{\beta}_2$ | $\hat{\beta}_3$ | $\hat{\beta}_4$ | $\hat{\beta}_5$       | $\hat{\alpha}_0$               | $\hat{\alpha}_1$ |
| Completo (OLS)             | 1,5146*                    | -0,4405*        | 0,0327*         | 1,1110*         | 3,6496*         | -0,0010 <sup>ns</sup> | 3,2850                         | -0,0009          |
| Sistema de equações (3SLS) | 1,7881*                    | -0,1488*        | 0,0324*         | 0,9983*         |                 |                       | 2,7572*                        | 0,0166*          |

Em que:  $V_2$  é o volume projetado ( $m^3 ha^{-1}$ );  $G_2$  é a área basal projetada ( $m^2 ha^{-1}$ );  $\hat{\alpha}_0$ ,  $\hat{\alpha}_1$ ,  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$ ,  $\hat{\beta}_3$ ,  $\hat{\beta}_4$  e  $\hat{\beta}_5$  são os coeficientes da regressão; (\*) e (<sup>ns</sup>) corresponde a significativo e não significativo, respectivamente, com 95% de probabilidade; OLS vem de *ordinary least square* e refere-se aos mínimos quadrados ordinários e 3SLS vem de *Three-stage least-squares* e significa mínimos quadrados em três estágios.

FONTE: O autor (2020).

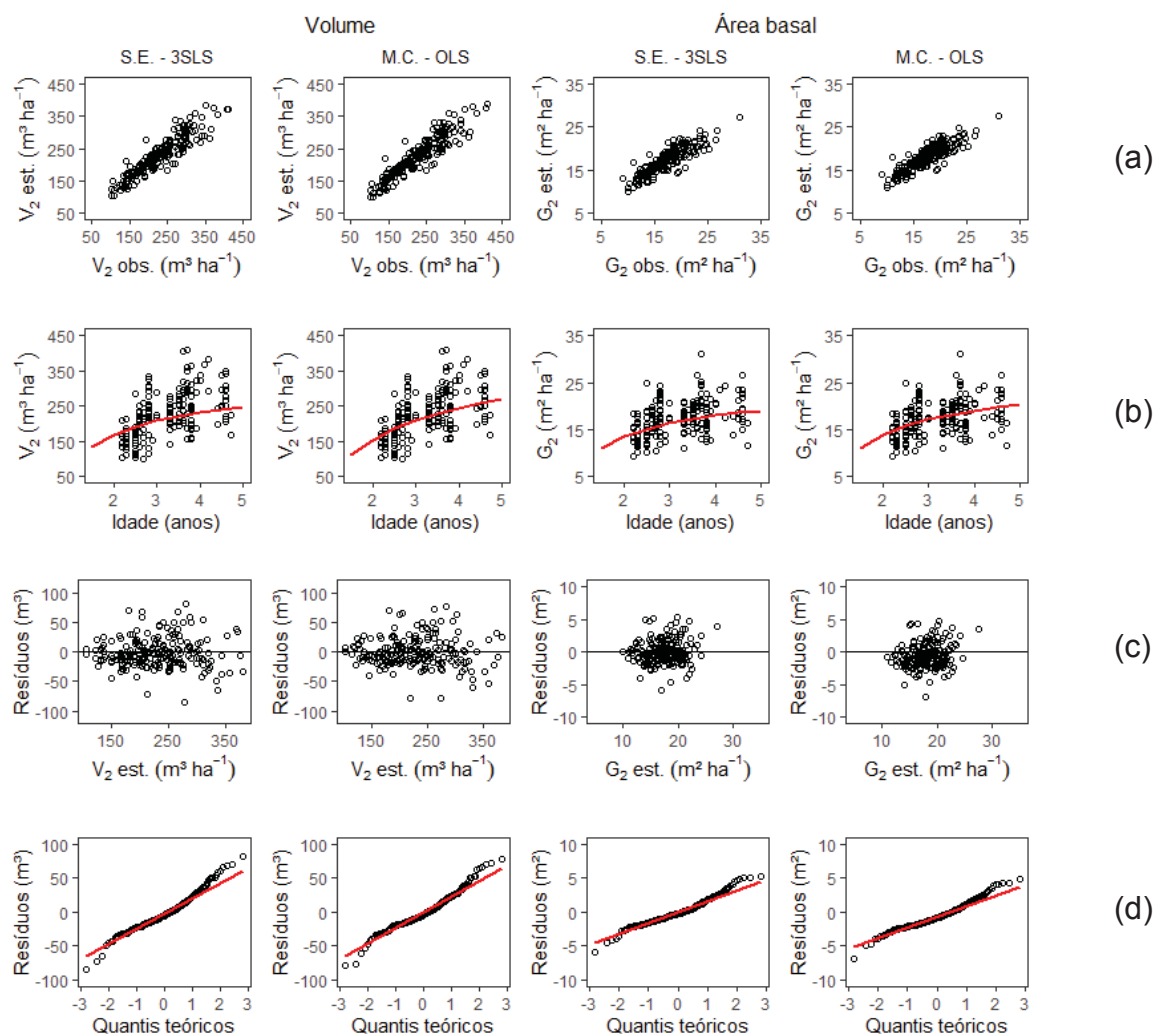
Conforme os resultados da TABELA 30, a estimativa da produção em volume por meio do sistema de equações ajustado pelo estimador 3SLS em povoamentos com desbaste é dada pela equação (48) que apresentou  $r^2$  de 0,984, EQM de 109,75,  $S_{yx}$  3,719% e AIC de 1494,601.

$$\ln(V) = 1,7885 - 0,1488 \frac{1}{I} + 0,0324 S + 0,9983 \ln(G) \quad (48)$$

Em que  $I$  é a idade (anos),  $V$  é o volume ( $m^3 ha^{-1}$ ),  $G$  é a área basal ( $m^2 ha^{-1}$ ),  $S$  é o índice de sítio na idade de referência (3,5 anos) e  $\ln$  é o logaritmo natural.

Na avaliação gráfica do ajuste do sistema de equações e do modelo completo em povoamentos sem desbaste (FIGURA 30), observou-se que os valores observados e estimados (FIGURA 30a) mostraram-se correlacionados, com dispersão de 45°. A curva média (FIGURA 30b) evidenciou leve tendenciosidade nas estimativas do volume, particularmente nos maiores valores, as quais são confirmadas pelo gráfico de resíduos (FIGURA 30c). O gráfico QQ-Plot (FIGURA 30d) evidenciou que os resíduos na estimativa de ambas variáveis seguem tendência de uma distribuição normal.

FIGURA 30 – VALORES OBSERVADOS VERSUS ESTIMADOS (a), CURVA MÉDIA (b), RESÍDUOS ABSOLUTOS (c) E AVALIAÇÃO DA NORMALIDADE (d) NO AJUSTE DE EQUAÇÕES PARA ESTIMATIVA E PROGNÓSE DA ÁREA BASAL E DO VOLUME EM POVOAMENTOS COM DESBASTE DE *O. pyramidale* NO EQUADOR

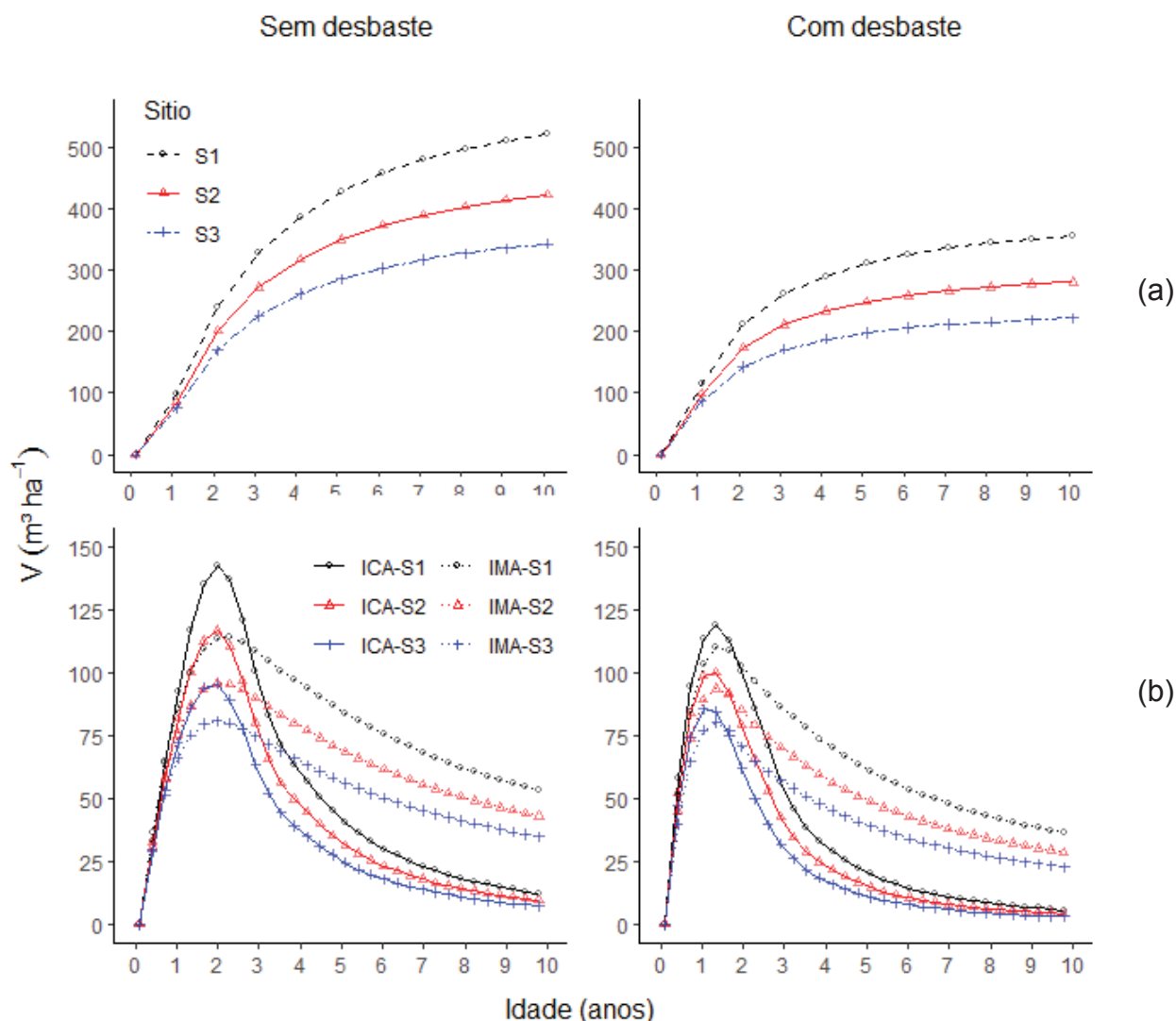


FONTE: O autor (2020).

### 3.3.3 Procedimento 3 – Produção, incremento e simulação de desbaste em nível global de povoamentos com e sem desbaste

As curvas médias de produção que representam o estoque de madeira em pê, assim como as curvas de incremento por classe de sítio são apresentadas na FIGURA 31. Nelas, é possível observar que o volume dos povoamentos sem desbaste tende a formar assíntota próxima dos  $550 m^3 ha^{-1}$ , em contraste com os povoamentos desbastados cuja tendência assintótica acontece próxima de  $350 m^3 ha^{-1}$ , porém, sem considerar o volume desbastado em etapa pré-comercial devido à falta de registro. A soma desse volume aproximaria as curvas de produção com desbaste daquelas sem desbaste, conforme a lei da produção final constante sugere.

FIGURA 31 - PROJEÇÃO DAS CURVAS MÉDIAS DE PRODUÇÃO (a) E DE INCREMENTO EM VOLUME (b) POR CLASSES DE SÍTIO NO AJUSTE SIMULTÂNEO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DE SULLIVAN E CLUTTER PELO ESTIMADOR 3SLS EM POVOAMENTOS DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



Em que: ICA significa incremento corrente anual, IMA significa incremento médio anual.

FONTE: O autor (2020).

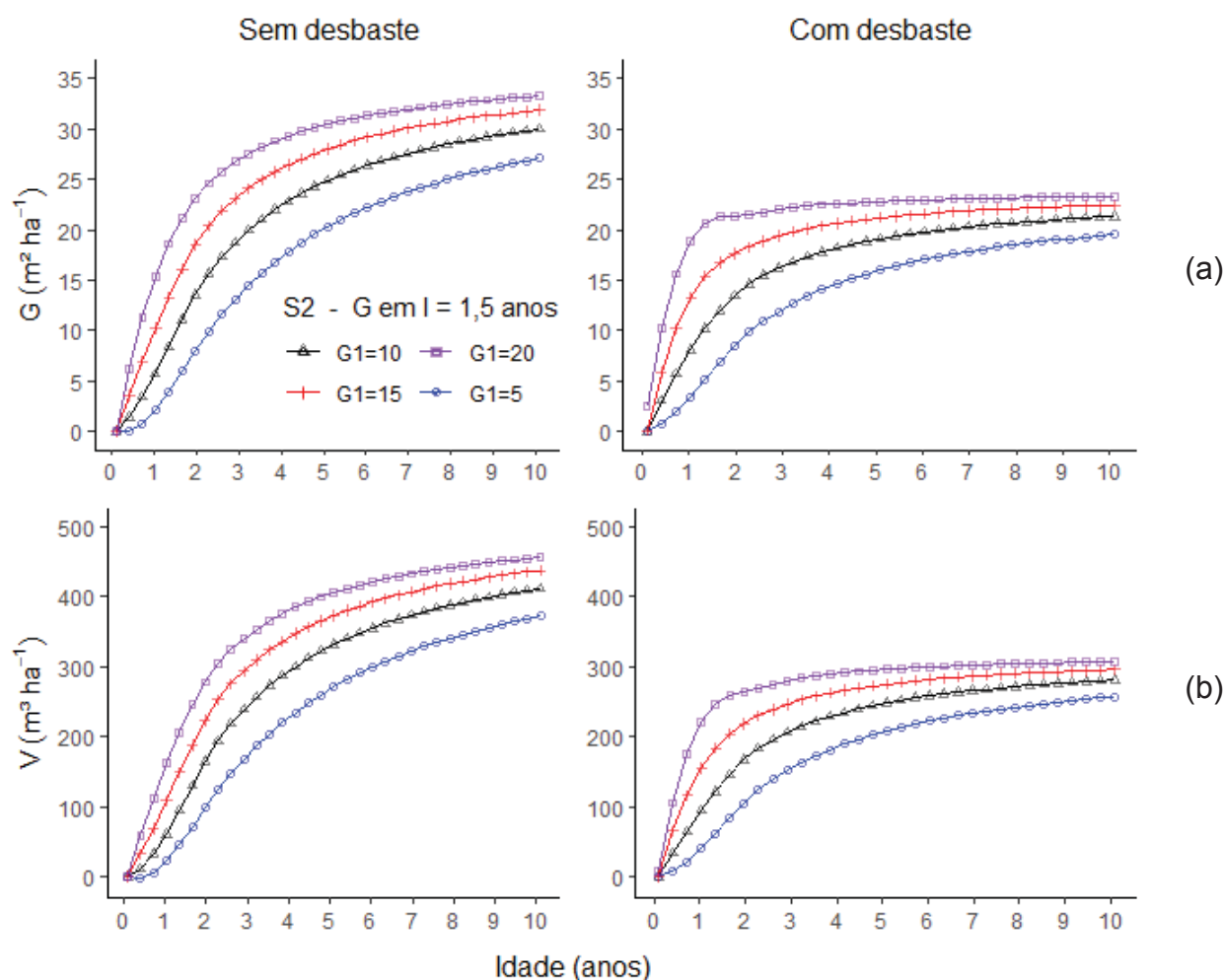
As curvas de incremento médio e incremento corrente anuais (FIGURA 31b), evidenciaram que os maiores incrementos em volume nos povoamentos com e sem desbaste acontecem próximo das idades 1,5 e 2,0 anos, respectivamente.

Conforme a FIGURA 31b, a rotação silvicultural ou de máximo incremento anual (IMA) em volume comercial para os povoamentos sem desbaste deve ser próxima dos três anos de idade quando as curvas ICA e IMA se cruzam, e próxima dos dois anos de idade nos povoamentos com desbaste. No entanto, a rotação encontrada para os povoamentos com desbaste é afetada pela falta de informações

do volume desbastado em etapa pré-comercial, sendo que normalmente o desbaste posterga a idade de máximo IMA.

Na FIGURA 32 estão apresentadas as curvas de produção média no índice de sítio igual a 25 m (S2) construídas a partir da área basal inicial (G1) variando entre 5 e 20 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> nas idades de 1,3 e 1,5 anos para os povoamentos com e sem desbaste, respectivamente. Observa-se que houve maior amplitude entre as curvas na idade entre 1 e 3 anos e evidenciou-se a tendência assintótica para o mesmo valor de produção aos 10 anos, independente da área basal inicial. Contudo, reitera-se para as curvas com desbaste a influência da falta do volume retirado em etapa pré-comercial.

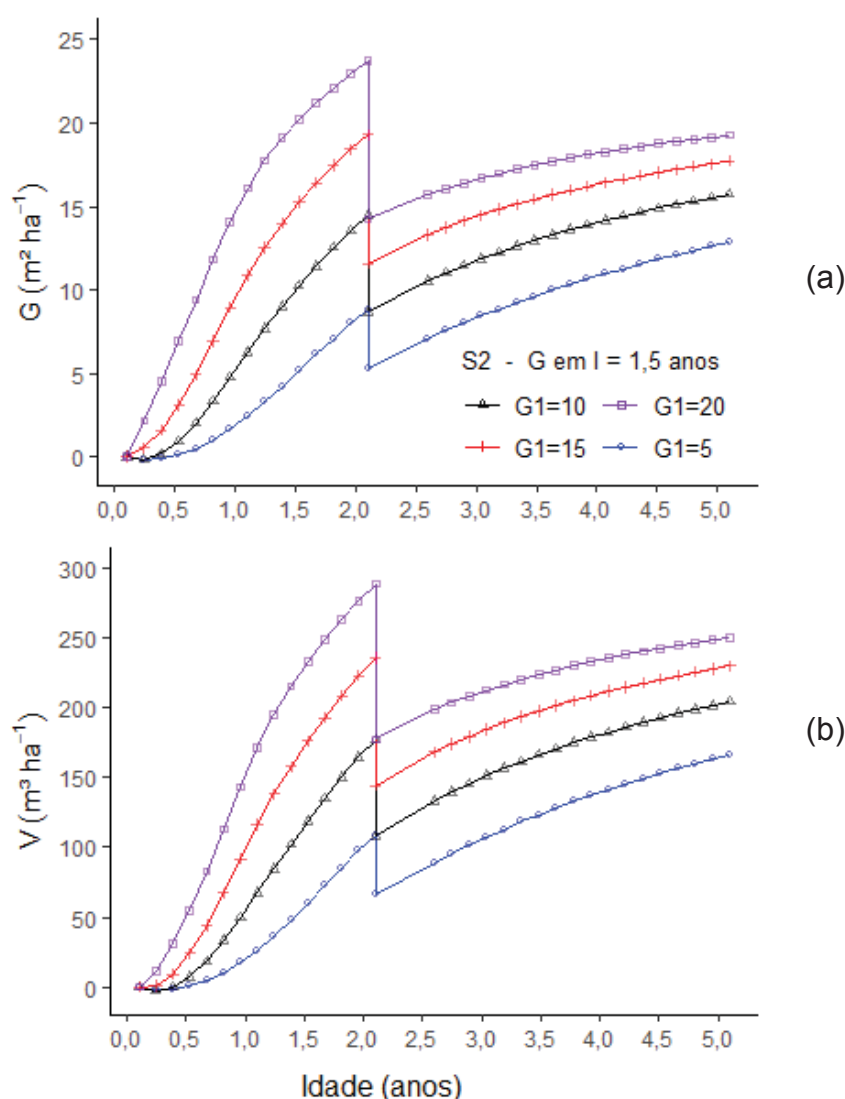
FIGURA 32 - PROGNOSE DA ÁREA BASAL (a) E DO VOLUME (b) NO ÍNDICE DE SÍTIO 2 NO AJUSTE SIMULTÂNEO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DE SULLIVAN E CLUTTER PELO ESTIMADOR 3SLS EM POVOAMENTOS DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

A simulação do desbaste, combinando as curvas de produção para povoamentos com e sem desbaste (FIGURAS 32a e 32b) obtidas a partir de diferentes áreas basais iniciais, é apresentada na FIGURA 33. Observou-se que a curva de produção de G20 (G inicial igual a  $20 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$ ) caiu ao nível da curva de G10 (G inicial igual  $10 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$ ) com o desbaste de 40% de área basal na idade de 2,1 anos.

FIGURA 33 – SIMULAÇÃO DE DESBASTE EM ÁREA BASAL (a) E VOLUME (b) EM NÍVEL GLOBAL POR MEIO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DE SULLIVAN E CLUTTER AJUSTADO SIMULTANEAMENTE PELO ESTIMADOR 3SLS EM POVOAMENTOS DE *O. pyramidale* NO EQUADOR



FONTE: O autor (2020).

Observa-se ainda, na FIGURA 33, que a inclinação das curvas da área basal e do volume foi menor após desbaste, mas esse comportamento pode estar influenciado pela falta de informação do volume desbastado na modelagem realizada para a construção das curvas de produção com desbaste.

### 3.4 DISCUSSÃO

#### 3.4.1 Procedimento 1 – estimativa e prognose da área basal e do volume em povoamentos sem desbaste

Em povoamentos sem desbaste, o bom desempenho do sistema de equações de Sullivan e Clutter (1972) para a prognose da produção (TABELA 25, FIGURAS 28 e 29) tem estreita relação com as características próprias do sistema e com os estimadores utilizados para o ajuste, particularmente 2SLS e 3SLS que permitem o ajuste simultâneo (HECK, 1977; EERIKÄINEN, 2002; GUJARATI; PORTER, 2011; GREENE et al., 2012). Dessa forma, foi possível obter consistência numérica, tanto para a estimativa do volume quanto para a área basal, como demonstrado em outros estudos (BURKHART; SPRINZ, 1984, SILVA, 2017).

No modelo completo, pelo fato da equação de área basal projetada ser variável independente na equação de volume, aumenta-se o número de coeficientes que lhe permitem maior flexibilidade e exatidão para a estimativa da produção (SALLES et al., 2012). No entanto, o modelo completo é menos eficiente para a estimativa da área basal projetada, devido a seus coeficientes serem calculados e não resultantes do ajuste (BURKHART; SPRINZ, 1984), o que leva a tendenciosidades nas estimativas dessa variável (FIGURA 29).

As características próprias do modelo completo não permitem que o estimador OLS identifique a área basal durante o ajuste e obtenção dos coeficientes da equação de projeção de volume e ainda menos, a relação algébrica entre essas variáveis. A respeito disso, Burkhart e Sprinz (1984) salientaram que o modelo completo carece de informações de crescimento relativas à área basal (exemplo o DAP).

Na avaliação da eficiência, encontrou-se que todos os estimadores utilizados para o ajuste do sistema de equações apresentaram valores de erro padrão dos coeficientes muito semelhantes entre si (TABELA 27). Contudo, a correlação dos resíduos entre as equações de volume e área basal é considerada no ajuste conjunto das equações por SUR e no ajuste simultâneo por 3SLS, o que permite obter coeficientes com menor erro padrão (maior eficiência), maior consistência e, conseqüentemente, estimativas mais confiáveis (HECK, 1977; EERIKÄINEN, 2002; GUJARATI; PORTER, 2011; GREENE et al., 2012).

Contrasta a menor eficiência apresentada pelo modelo completo (TABELA 27) com seu maior desempenho demonstrado para estimativa do volume (TABELA 26). Essa situação está relacionada com o aumento das incertezas causado pela equação



da área basal como variável independente e, conseqüentemente, pelo maior número de variáveis no modelo (BURKHART; SPRINZ, 1984; SALLES et al., 2012).

No sistema de equações de Sullivan e Clutter (1972) ajustado para povoamentos sem desbaste pelos estimadores OLS, SUR, 2SLS e 3SLS, os baixos valores da correlação contemporânea entre a variável endógena área basal e o termo de erro do volume (TABELA 28), contrastam com o aparente grau de correlação linear entre as observações de ambas variáveis (FIGURA 25).

A baixa correlação contemporânea pode estar relacionada com distintos fatores como a densidade do plantio, a competição e o desbaste que influenciam no afilamento e volume das árvores, assim como com as inconsistências no cadastro do desbaste. Com dados mais refinados, o aumento dessa correlação é esperado.

Esses resultados da matriz de correlação contemporânea no ajuste do sistema de equações de Sullivan e Clutter (1972) diferem dos encontrados por Silva (2017) em povoamentos com e sem desbaste de eucalipto no estado de Minas Gerais, em que se verificou a área basal como variável endógena pelo teste de Hausman.

No caso de *O. pyramidale* e apesar da baixa correlação contemporânea entre área basal e volume, a maior eficiência do ajuste (TABELA 27) e bom desempenho das equações (TABELA 25), revelaram a conveniência do ajuste simultâneo por 3SLS, como indicado por Eerikäinen (2002) em trabalho com *Pinus kesiya* em Zâmbia e Zimbabwe.

#### 3.4.2 Procedimento 2 – estimativa e prognose da área basal e do volume em povoamentos com desbaste

Em povoamentos desbastados, o ajuste do sistema de equações e do modelo completo apresentaram bom desempenho (TABELA 29), mas levemente inferior quando comparado com o ajuste realizado para povoamentos sem desbaste (TABELA 25). Isso acontece pela variabilidade que o desbaste introduz nos dados, pois nesses povoamentos não há uniformidade nos tempos e intensidade das intervenções silviculturais, o que gera maiores erros nas estimativas pela variabilidade não explicada pelo modelo.

### 3.4.3 Procedimento 3 – Produção, incremento e simulação de desbaste em nível global de povoamentos com e sem desbaste

Conforme a projeção das curvas de incremento obtidas pelo sistema de equações ajustado por 3SLS (FIGURA 31b), a rotação silvicultural ou de máximo incremento médio anual (IMA) em volume comercial para os povoamentos de *O. pyramidale* com e sem desbaste, deve ser realizada próxima dos dois e três anos de idade, respectivamente, em que as curvas ICA e IMA se cruzam. Contudo, a falta das informações do volume de desbaste pré-comercial no processo de modelagem afeta a determinação dessa rotação em povoamentos com desbaste.

Os resultados de incremento encontrados para povoamentos sem desbaste, se aproximam dos reportados para a espécie por Cañadas-López et al. (2019) na mesma região, os quais determinaram rotação silvicultural de três a cinco anos conforme o índice sítio (a maior capacidade produtiva, maior idade de rotação).

A rotação em curta idade para os povoamentos em estudo, acontece pelo seu rápido incremento em volume, que é reflexo, entre outros, do potencial de crescimento da espécie (GONZÁLEZ-OSORIO et al., 2010; CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2016; 2019), assim como do sítio e do manejo em aspectos relacionados com o espaçamento inicial e o desbaste (SCOLFORO, 1998; CASTEDO-DORADO et al., 2009).

Em relação a produção de *O. Pyramidale*, observou-se que, mesmo para uma espécie com grandes incrementos em volume, a partir da idade de rotação as curvas médias de produção por classe de sítio mostram comportamento assintótico (FIGURA 31a). No caso dos povoamentos desbastados, a estabilização da produção com comportamento assintótico em menor idade pode estar afetada pela impossibilidade de considerar na modelagem o volume de desbaste realizado em etapa pré-comercial.

Confirma-se a tendência assintótica da produção pelas curvas obtidas a partir de distintas áreas basais iniciais para o sítio 2 (FIGURAS 32a e 32b). Esse fato está relacionado com o rápido crescimento inerente à espécie (GONZÁLEZ-OSORIO et al., 2010; CAÑADAS-LÓPEZ et al., 2016; 2019) mas também com fatores externos que influenciam seu desenvolvimento como os edafoclimáticos (STAPE et al., 2010).

As curvas de produção dos povoamentos desbastados cuja construção foi afetada pela falta do volume de desbaste, não mostraram, no início, uma inclinação semelhante daquelas para povoamentos sem desbaste (FIGURA 32), como

geralmente acontece com outras espécies dos gêneros *Pinus* e *Eucalyptus* (SALLES et al., 2012; NASCIMENTO et al., 2015).

A falta de informação do volume retirado no desbaste, mesmo que realizado de forma pré-comercial, não permitiu evidenciar, com maior clareza, o efeito dessa prática no livre crescimento ou “*open growth*” das árvores, resultando em comportamento assintótico da produção próxima dos 350 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup>, independentemente do momento de corte raso na idade de rotação (FIGURA 27a) e da densidade final dos povoamentos (FIGURA 27b).

A validação do sistema de equações de Sullivan e Clutter (1972) para a simulação de desbaste em área basal e volume combinando as curvas de produção para povoamentos com e sem desbaste (FIGURA 33), confirma uma das hipóteses formuladas e evidencia o potencial desse sistema para as estimativas em nível global em povoamentos conduzidos sob essa prática silvicultural, o que configura uma importante alternativa para a tomada de decisões por parte das empresas.

O resultado da simulação de desbaste por meio do sistema de equações de Sullivan e Clutter (1972) está em concordância com o trabalho de Beck e Della-Bianca (1972) realizado com o modelo completo em florestas nativas com predomínio de *Liriodendron tulipifera*. Esses autores demonstraram a aplicabilidade de modelagem global para a simulação de desbaste.

Devido ao uso da madeira de *O. pyramidale* para multiprodutos o desbaste se torna importante, sendo necessário quantificar e registrar o volume cortado. A prática do desbaste presume que a eficiência da produção é maior em adensamentos menores, em que o plantio alcança o pleno uso do potencial do local. Contudo, outros aspectos como a qualidade da madeira, os riscos a fatores ambientais, principalmente o vento, e os riscos do mercado precisam ser considerados até o final da rotação (SKOVSGAARD; VANCLAY, 2007).

Entre os aspectos relativos à qualidade da madeira de *O. pyramidale* destaca-se a densidade, pois condiciona a elaboração de produtos assim como seu valor comercial e, com isso, aumenta os riscos de mercado. A densidade da madeira desta espécie tem relação inversa com a idade das árvores, o qual justifica o corte raso com três a cinco anos.

Não se evidencia uniformidade no manejo e condução dos povoamentos de *O. pyramidale* até o final da rotação (FIGURA 27b), principalmente no adensamento e desbaste. No entanto, esses povoamentos apresentaram incrementos médios

superiores quando comparados com os reportados para outras espécies de rápido crescimento, como algumas do gênero *Eucalyptus* (CASTRO et al., 2015).

O índice de sítio, como esperado, mostrou-se uma variável significativa na modelagem da produção pelo sistema de equações de Sullivan e Clutter (1972) em povoamentos de *O. pyramidale* com e sem desbaste (TABELAS 24 e 26). A relação do sítio com a produção auxilia não apenas no ajuste e acuidade dos modelos, mas também na estratificação do maciço florestal e no planejamento da produção (SKOVSGAARD; VANCLAY, 2007).

Confirmou-se a hipótese formulada que o ajuste do sistema de equações de Sullivan e Clutter (1972) é mais apropriado para estimativa e prognose da produção em nível global para povoamentos com e sem desbaste de *O. pyramidale* do que o modelo completo proposto pelos mesmos autores. A relação biológica e a correlação entre as equações desse sistema de crescimento e produção considerada no ajuste simultâneo pelo estimador 3SLS, levam ao bom desempenho e à maior confiabilidade nas estimativas.

### 3.5 CONCLUSÕES

Em povoamentos de *Ochroma pyramidale* sem desbaste, o sistema de equações de área basal e volume de Sullivan e Clutter ajustado pelos estimadores mínimos quadrados ordinários - OLS, mínimos quadrados em dois estágios - 2SLS, regressões aparentemente não relacionadas - SUR e mínimos quadrados em três estágios - 3SLS, torna-se mais apropriado para a estimativa e prognose da produção volumétrica do que o modelo completo ajustado por OLS. Contudo, o ajuste simultâneo do sistema de equações por 3SLS é preferível por ser mais eficiente e permitir estimativas mais confiáveis.

Em povoamentos de *O. pyramidale* com desbaste, o sistema de equações ajustado de maneira simultânea por 3SLS é acurado e mais eficiente para a estimativa e prognose da produção volumétrica do que o modelo completo ajustado por OLS, pois esse último modelo leva a estimativas tendenciosas da área basal projetada.

A produção média dos povoamentos com e sem desbaste alcança nível assintótico em curta idade. Entretanto, a idade de rotação silvicultural acontece próxima de três anos em povoamentos sem desbaste. Nos povoamentos com

desbaste, tanto as curvas de produção como de incremento são afetadas pela falta de informações do volume de desbaste pré-comercial.

A simulação do desbaste em área basal e volume, combinando as curvas de produção em nível global de povoamentos de *O. pyramidale* com e sem desbaste obtidas pelo ajuste simultâneo do sistema de equações de Sullivan e Clutter, é uma alternativa viável e tecnicamente adequada.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O mercado atual de pau-balsa destina a maior parte de sua madeira para a fabricação de painéis utilizados principalmente na construção das hélices das torres eólicas, em que são aproveitadas suas características de resistência mecânica e leveza. No entanto, existem outros usos potenciais, alguns testados como a fabricação de móveis e outros inexplorados como material para estruturas de madeira na construção civil, entre eles o *woodframe*.

Contudo, é necessário aumentar a confiança na resistência e estabilidade estrutural da madeira para esses e outros usos industriais, que incentivem o desenvolvimento de novos produtos. As características da sua madeira e o rápido crescimento das árvores, tornam essa espécie bastante atrativa para a indústria.

Do ponto de vista técnico, muitos aspectos ainda precisam de aprimoramento, dos quais podem ser mencionados, por exemplo, a necessidade de técnicas de propagação que permitam diminuir a sua variabilidade genética, a mecanização na silvicultura e o controle de pragas, os estudos de manejo para melhor condução dos povoamentos com vista à otimização da produção e da receita, a mecanização da colheita em todo tipo de terrenos, principalmente declivosos e a necessidade de pesquisas na área de tecnologia da madeira para identificar os fatores que influenciam na densidade e qualidade da madeira.

Para a modelagem do crescimento e da produção florestal de espécies de rápido crescimento e alta variação como pau-balsa, existe na estatística, e em particular na Econometria, muitas técnicas com bom nível de desenvolvimento e grande potencial como a regressão robusta. Essas técnicas devem ser aplicadas em problemas de modelagem de variáveis biométricas na floresta e destrinchadas ao ponto que os técnicos responsáveis pelo processamento das informações se familiarizem com elas e possam incorporá-las nas suas rotinas de cálculo.

Dentro da própria regressão robusta existem diversos tipos ou “famílias” de estimadores que bem podem ser utilizados para a modelagem de dados biométricos não apenas do inventário florestal e sim das diversas áreas de concentração da engenharia florestal em que é possível, ou talvez comum, a presença de *outliers*.

A modelagem de sistemas compatíveis de afilamento e volume, tratada no capítulo 2, conta com quase meio século de desenvolvimento, mas que ainda não foi suficientemente divulgado pese sua grande relevância na engenharia florestal. As

empresas do setor se deparam sempre com a dificuldade de estimativas volumétricas desiguais por equações de afilamento e volume ajustadas de forma independente. O ajuste conjunto de sistemas compatíveis de afilamento e volume por regressões aparentemente não relacionadas, resolvem não apenas o problema da incompatibilidade, mas também permitem estimativas mais confiáveis pelo fato desse estimador considerar a correlação dos resíduos entre as equações que participam do ajuste.

Sistemas de crescimento e produção, tratados no capítulo 3, são talvez um dos tópicos que mais tem ocupado os pesquisadores florestais. O ajuste simultâneo desses sistemas de crescimento e produção por mínimos quadrados em três estágios – 3SLS, mostrou ser mais eficiente pelo fato desse estimador considerar a correlação dos resíduos entre as equações que participam do ajuste. Isso se traduz em estimativas mais confiáveis, sendo de grande relevância no setor florestal em que as demandas do mercado internacional exigem cada vez maior confiabilidade na oferta de estoques de madeira.

Contudo, este trabalho de pesquisa visou contribuir com informações relevantes para o manejo de *O. pyramidale* por meio da modelagem de seus principais atributos dendrométricos como a relação hipsométrica, o sítio, o volume total individual e o volume em nível de povoamento. Na busca de melhores métodos para essa modelagem resultou no resgate de algumas técnicas conhecidas e no uso de outras menos exploradas no setor florestal, mas cujo potencial ficou demonstrado e espera-se que este trabalho sirva para aproximar esses métodos dos técnicos responsáveis pelo processamento das informações dentro das empresas.

## RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para o aprimoramento da modelagem do crescimento e produção de pau—balsa, vários caminhos podem ser apontados. A homogeneização das variáveis associadas ao crescimento das árvores, principalmente DAP e *h* é desejável. Para tal fim, estudos que promovam o melhoramento genético são necessários, assim como a padronização no manejo dos povoamentos em termos dos tratamentos silviculturais, do espaçamento inicial e da intensidade e frequência para o desbaste.

A qualidade das informações também cumpre um papel importante para o aprimoramento da modelagem. Para isso, a auditoria na coleta e processamento dos dados, principalmente no inventário florestal, deve ser realizada. Nesse sentido, pesquisas sobre métodos eficientes e consistentes de auditoria devem ser implementados.

Além do inventário em parcelas permanentes, outras fontes de dados podem ser exploradas para estudos do crescimento de *O. Pyramidale*. Nesse sentido, a análise tronco – ANATRO tem grande potencial de uso considerando que a espécie, dependendo das condições bioclimáticas, tende a formar anéis de crescimento anuais.

Em relação às técnicas estatísticas e métodos de estimação para o aprimoramento da modelagem do crescimento e da produção de espécies florestais com alta variação, foi demonstrado a conveniência e aplicabilidade dos estimadores-M robustos na presença de *outliers*. Contudo, existem outros estimadores robustos com potencial para melhorar a eficiência do ajuste dos modelos e recomenda-se novos estudos que os explorem.

A respeito das análises multivariadas, demonstrou-se pelos sistemas compatíveis de afilamento e volume e pelos sistemas de equações de área basal e volume para estimativa e prognose da produção, que as variáveis na floresta são correlacionadas. Nesse tipo de análises, a modelagem conjunta pelas regressões aparentemente não relacionadas ou simultânea pelos mínimos quadrados em três estágios é preferível do que a modelagem das variáveis de forma isolada por estimadores como os mínimos quadrados ordinários, ainda mais na presença de valores discrepantes.

Contudo, e ao considerar os benefícios apontados para as técnicas estatísticas utilizadas, surge a pergunta de como integrar a regressão robusta com a



modelagem multivariada? Pois bem, levando em consideração que a regressão robusta é, de certa forma, uma regressão ponderada com aplicação de pesos nos resíduos e nos *outliers*, cabe a possibilidade de utilizar os estimadores robustos como funções de peso para, por exemplo, corrigir o problema das variâncias heterogêneas apontado nos sistemas compatíveis de afilamento e volume.

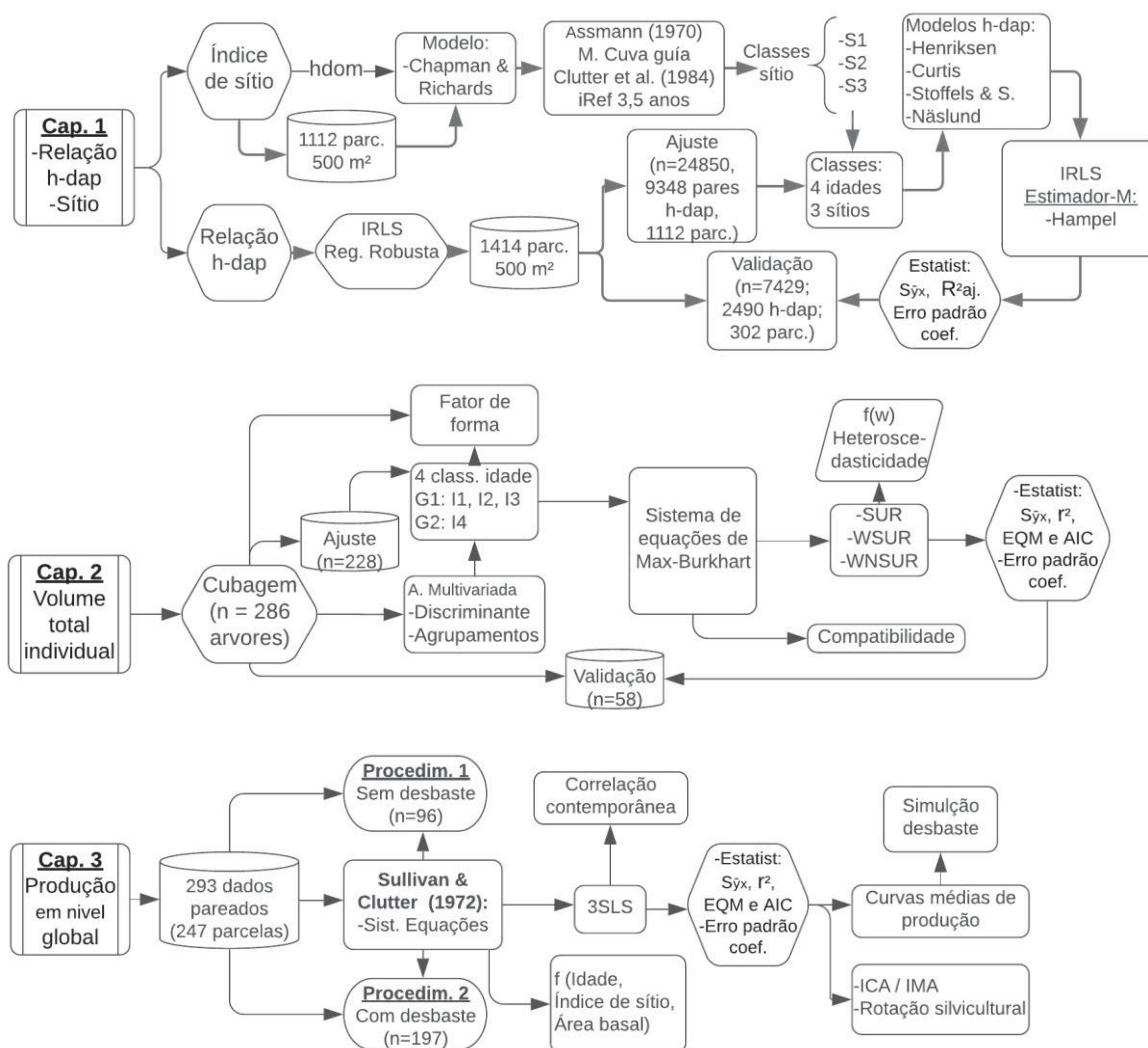
Adicionalmente, a regressão robusta tem potencial de ser utilizada para diminuir a influência das observações discrepantes na modelagem com sistemas de equações. Nesse sentido, fica em aberto o desafio, um tanto maior, para a integração da regressão robusta com essas análises multivariadas.

Entre as áreas que pau-balsa tem grande potencial de ser utilizada encontra-se a Integração lavoura-pecuária-floresta, na qual podem ser aproveitadas as características de espécie pioneira com rápido crescimento e fácil adaptabilidade a diferentes ambientes.

Por último, e considerando os usos potenciais da madeira de pau-balsa, futuros trabalhos devem concentrar-se no estudo da sua densidade e nos fatores que a influenciam, assim como nas suas propriedades físico-mecânicas. Essas informações podem servir de base para o desenvolvimento de novos produtos industriais que estimulem a expansão da área plantada.

## FLUXOGRAMA - RECOMENDAÇÕES

Nos distintos capítulos da tese, vários procedimentos e técnicas estatísticas foram implementadas para o aprimoramento da modelagem do crescimento e da produção dos povoamentos de *O. pyramidale*. O fluxograma abaixo apresenta as estratégias que deram melhores resultados para a modelagem dos distintos atributos dendrométricos da espécie.



Em que: h é altura total, DAP é diâmetro à altura do peito, parc. é parcelas; n é o número de observações; M. quer dizer método, e A. análise; iRef é idade de referência; coef. significa coeficiente; estimador-M são estimadores de máxima verossimilhança; class. é classes; G1 e G2 são grupos; SUR vem de *seemingly unrelated regression* e refere-se às regressões aparentemente não relacionadas; WSUR e WNSUR – vem de Weighted SUR e Weighted NSUR; 3SLS vem de *Three-stage least-squares* e significa mínimos quadrados em três estágios; f vem de função e f(w) quer dizer função de peso; R²aj. é o coeficiente de determinação ajustado; r² é a correlação linear de Pearson ao quadrado; EQM é o erro quadrático médio; Syx é o erro padrão da estimativa em percentagem; AIC é o critério de informação de Akaike; Procedim. quer dizer procedimento; Mod. é de modelo; Fluxograma feito em [www.lucidchart.com](http://www.lucidchart.com)

## REFERÊNCIAS

AELST, V. S.; WILLEMS, G.; ZAMAR, H. R. Robust and efficient estimation of the residual scale in linear regression. **Journal of Multivariate Analysis**, v.116, 2013.

ALBUQUERQUE, J. M. et al. Análise de agrupamento florístico de Floresta Ombrófila Mista em Sistema Faxinal. **Revista Brasileira de Tecnologia Aplicada nas Ciências Agrárias**, v.8, n.3, 2015.

ALBUQUERQUE, M. A. D. et al. Estabilidade em análise de agrupamento: estudo de caso em ciência florestal. **Revista Árvore**, v.30, n.2, p. 257-265, 2006.

ALEGRIA, C. Modelling merchantable volumes for uneven aged maritime pine (*Pinus pinaster* Aiton) stands established by natural regeneration in the central Portugal. **Annals of Forest Research**, v.54, n.2, p. 197-214, 2011.

ALMA, Ö. G. Comparison of robust regression methods in linear regression. **International Journal of Contemporary Mathematical Sciences**, v.6, n.9, 2011.

ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; ROQUE-SOALLEIRO, R.; ROJO-ALBORECA, A. Resolución de problemas del ajuste simultáneo de sistemas de ecuaciones: heterocedasticidad y variables dependientes con distinto número de observaciones. **Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales**, v.23, p. 35-42, 2007.

ANDERBERG, M. R. Cluster analysis for applications, v.19. In: BIRNBAUM, Z. W.; LUKACS, E. (eds.). **Probability and Mathematical Statistics**. New York: Academic Press, 1973. p. 25–69.

ARAÚJO, E. J. G et al. Allometric models to biomass in restoration areas in the Atlantic rain forest. **Floresta e Ambiente**, v.25, n.1, 2018.

ASSMANN, E. **The principles of forest yield study: studies in the organic production, structure, increment and yield of forest stands**. New York: Pergamon Press, 1970- 506 p.

ATTAROD, P.; BAYRAMZADEH, V.; SHIRVANY, A. Effect of ecological aspects on the quantitative variables of mixed broadleaf forests using multivariate statistical method. **Asian Journal of Plant Sciences**, v., n.6, p. 927-933, 2007.

AUGUIE, B. 2017. **GridExtra: miscellaneous functions for "grid" graphics**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Versão 0.8.5. Consultado 21 maio 2020. Disponível em <https://cran.r-project.org/web/packages/gridExtra/index.html>

BARRETO, V. O. **Silvicultura de la Topa (*Ochroma pyramidale* cav. Ex Lam)**. Em: memorias VII Congreso Nacional Forestal, Colegio de Ingenieros del Perú- Universidad Nacional de Ucayali, Pucallpa. 2000, p 174 – 184.

BECK, D. E.; DELLA-BIANCA, L. **Growth and yield of thinned yellow-poplar**. USA: Department of Agriculture - USDA, Forest Service, Southeastern Forest Experiment Station, SE 101, 1972. 20 p.

BEHLING, A. et al. Additivity of volume components of tree stem. **Floresta**, v.50, n.1, p. 905 - 914, 2020.

BORREGA, M.; GIBSON, L. J. Mechanics of balsa (*Ochroma pyramidale*) wood. **Mechanics of Materials**, n. 84, 2015.

BREUSCH, T.; PAGAN, A. Simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation. **Econometrica**, v.47, n.5, p. 1287–1294, 1979.

BURKHART, H. E.; SPRINZ, P. T. Compatible cubic volume and basal area projection equations for thinned old-field loblolly pine plantations. **Forest Science**, v.30, n.1, p. 86-93, 1984.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. Viçosa, MG: Editora UFV, 2017. 636 p.

CAÑADAS-LÓPEZ, A. et al. Ecuaciones generales de diámetro-altura para *Ochroma pyramidale*, Región Costa-Ecuador. **Bosques Latitud Cero**, v.6, n.1, 2016.

CAÑADAS-LÓPEZ, Á. et al. Growth and yield models for balsa wood plantations in the coastal lowlands of Ecuador. **Forests**, v. 10, n.9, p. 1-16, 2019.

CAÑADAS-LÓPEZ, Á. et al. Growth and yield models for teak planted as living fences in Coastal Ecuador. **Forests**, v.9, n.55, p. 1-15, 2018.

CARDONA, F. A.; DAVID, H.; HOYOS, S. E. **Flora de la Miel, Central Hidroeléctrica Miel I - Oriente de Caldas, Guía ilustrada**. Medellín: ISAGEN-Universidad de Antioquia, Herbario Universidad de Antioquia (HUA), 2010. 228 p.

CASTEDO-DORADO, F. et al. Development of a stand density management diagram for radiata pine stands including assessment of stand stability. **Forestry**, v.82, n.1, p. 1-16, 2009.

CASTRO, R. V. O. et al. Modelagem do crescimento e produção para um povoamento de *Eucalyptus* utilizando dois métodos para quantificação do índice de local. **Scientia Forestalis**, v.43, n.105, p. 83-90, 2015.

CIOPPO- MORSTADT, F. J. **Ecuador: exportaciones de balsa**. Estudio del sistema forestal de producción de balsa (*Ochroma lagopus*) en el Ecuador, caso Balsud. Saarbrücken: Editorial Académica Española, 2011. 98 p.

CIOPPO- MORSTADT, F. J.; CARRERA-MARIDUEÑA, M. Análisis de la rentabilidad de dos sistemas de explotación y exportación de balsa (*Ochroma lagopus*) en el Ecuador: periodo 2009-2014. **Económicas CUC**, v.36, n.2, p. 127-136, 2015.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest science**, v.9, n.3, p. 354-371, 1963.

CLUTTER, J. L. et al. **Timber management: A quantitative approach**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1983. 333 p.

CORRAL-RIVAS, J. J. et al. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). **Forest Ecology and Management**, v.238, n.1-3, p. 118-129, 2007.

CUNHA, U. S.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. Uso de análise exploratória de dados e de regressão robusta na avaliação do crescimento de espécies comerciais de terra firme da Amazônia. **Revista Árvore**, v.26, n.4, 2002.

CURTIS, R.O. Height-diameter and height-diameter-age equations for second growth Douglas fir. **Forest Science**, v.13, n.4, p. 365-375, 1967.

DEBASTIANI, A. B. et al. Regressões robusta e linear para estimativa de biomassa via imagem sentinel em uma floresta tropical. **BIOFIX Scientific Journal**, v.4, n.2, 2019.

DEMAERSCHALK, J. P. **An integrated system for the estimation of tree taper and volume**. Dissertação (mestrado em florestal). Universidade de British Columbia, departamento de florestal. 1971. 65 p.

DEMAERSCHALK, J. P. Converting Volume Equations to Compatible Taper Equations. **Forest Science**, v.18, n.3, p. 241-245, 1972.

DEMAERSCHALK, J. P. **Derivation and analysis of compatible tree taper and volume estimating systems**. Tese (doutorado em florestal). Universidade de British Columbia, departamento de florestal. 1973a. 131 p.

DEMAERSCHALK, J. P. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. **Canadian Journal of Forest Research**, v.3, n.1, p. 90-94, 1973b.

DIÉGUEZ-ARANDA, U. et al. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. **Canadian Journal of Forest Research**, v.36, n.5, p. 1190-1205, 2006.

EBLING, Â. A. et al. Análise de agrupamento aplicado no crescimento diamétrico de florestas. **Enciclopedia Biosfera**, v.9, n.16, 2013

EERIKÄINEN, K. A site dependent simultaneous growth projection model for *Pinus kesiya* plantations in Zambia and Zimbabwe. **Forest Science**, v.48, n.3, p. 518-529, 2002.

EISFELD, R. L. **Modelagem do crescimento e da produção de *Pinus taeda* L. por meio de função probabilística e processo de difusão**. 2004. 67 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná,

Setor de Ciências Agrárias – Centro de Ciências Florestais e da Madeira, Curitiba, 2004.

FANG, Z.; BAILEY, R. L. Compatible volume, and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in Southern China. **Forest Science**, v.45, n.1, p. 85-100, 1999.

FANG, Z.; BORDERS, B. E.; BAILEY, R. L. Compatible volume taper models for loblilly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. **Forest Science**, v.46, n.1, p. 1-12, 2000.

FERNÁNDEZ-TOVAR, U. L. **Efecto de la fertilización sobre el crecimiento de la balsa *Ochroma pyramidale* Cav. en la hacienda Mira, cantón Buena Fé, provincia Los Ríos**. 2012. 45 p. Monografía (Ingeniería Forestal) - Universidad Técnica Estatal de Quevedo, Facultad de Ciencias Ambientales - Escuela de Ingeniería Forestal, Quevedo, 2012.

FIGUEIREDO FILHO, A. et al. Dinâmica do afilamento do tronco e da produção de madeira em plantios de *Araucaria angustifolia*. *Cerne*, v.20, n.4, p. 595-603, 2014.

GADELHA, F. H. et al. Produtividade de clones de eucaliptos em diferentes sistemas de manejo para fins energéticos. **Pesquisa florestal brasileira**, v. 35, n.83, p. 263-270, 2015.

GERHARDT, E. J. et al. Contribuição da análise multivariada na classificação de sítios em povoamentos de *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze., baseada nos fatores físicos e morfológicos do solo e no conteúdo de nutrientes da serapilheira. **Ciência Florestal**, v.11, n.2, p. 41-57, 2001.

GONZÁLEZ-OSORIO, B. et al. Caracterización del cultivo de balsa (*Ochroma Pyramidale*) en la Provincia de Los Ríos - Ecuador. **Ciencia y Tecnología**, v. 3, n. 2, p. 7-11, 2010.

GOODRICH, B. A.; WARING, K. M. *Pinus strobiformis* seedling growth in southwestern US mixed conifer forests in managed and non-managed stands. **Forestry**, v.90, n.3, p. 393-403, 2017.

GOULDING, C. J.; MURRAY, J. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v.5, n.3, p.313–322, 1976.

GREENE, W. H. Econometric analysis. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 1232 p.

GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. Econometria básica. São Paulo: AMGH Editora, 2011. 924 p.

HAMPEL, F. R. The influence curve and its role in robust estimation. **Journal of the American Statistical Association**, v.69, n.346, 1974.



HARVEY, A. C. Estimating regression models with multiplicative heteroscedasticity. **Econometrica**, v.44, n.3, p. 461-465, 1976.

HECK, J. L. A Pedagogic Note: Comparison of OLS, 2SLS and 3SLS Estimation Methods. **Studies in Economics and Finance**, v.1, n.1, pp. 28-33, 1977.

HENRIKSEN, H. A. Height–diameter curve with logarithmic diameter: Brief report on a more reliable method of height determination from height curves, introduced by the State Forest Research Branch. **Dan. Skovforen. Tidsskr**, v.35, p. 193–202, 1950.

HUBER, P. J. Robust version of a location parameter. **Annals of Mathematical Statistics**, v. 35, n. 1, 1964.

IBM. **SPSS Statistic Program**. Version 19 statistical software packages. IBM Corporation, New York, 2011.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. **Applied multivariate statistical analysis**. USA: Pearson Prentice hall, 6 ed., 2002. 772 p.

KILCA, R. V. et al. Application of fisher's discriminant analysis to classify forest communities in the Pampa biome. **Ciência Florestal**, v.25, n.4, p. 885-895, 2015.

KNOWE, S. A. Effect of competition control treatments on height-age and height-diameter relationships in young Douglas-fir plantations. **Forest Ecology and Management**, v.67, p. 101–111, 1994.

KOHLER S. V.; KOEHLER, H. S.; FIGUEIREDO-FILHO, A. Modelos de afilamento para *Pinus taeda* por classes de idade. **Floresta e Ambiente**, v. 20, n.4, p.470-479, 2013.

KOZAK, A.; MUNRO D. D.; SMITH J. H G. Taper functions and their application in forest inventory. **Forestry Chronicle**, v.45, n.4, p.278-283, 1969.

KUTNER, M. H.; NACHTSHEIM, C. J.; NETER, J.; LI, W. **Applied linear statistical models**. New York: McGraw-Hill Irwin, 5 ed., 2005, 1396 p.

LI, R. X.; WEISKITTEL, A. R. Comparison of model forms for estimating stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. **Annals of Forest Science**, v. 67, p. 302, 2010.

LOH, P. Statistical consistency and asymptotic normality for high-dimensional robust M-estimators. **The Annals of Statistics**, v.45, n.2, 2017. DOI: 10.1214/16-AOS1471

LORENZI, H. **Árvores Brasileiras: manual de identificação e cultivo de plantas arbóreas do Brasil, Vol. 1**. São Paulo: Instituto Plantarum, Nova Odessa, 5. ed. 2008. 384 p.

LILLIEFORS, H. W. On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. **Journal of the American statistical Association**, v. 62, n. 318, p. 399-402, 1967.

LYNCH, T. B. et al. Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height. **Canadian Journal of Forest Research**, v.47, n.1, p. 1424-1431, 2017.

MACHADO, S. D. A. et al. Construction of site curves for native *Mimosa scabrella* stands in the metropolitan region of Curitiba. **Cerne**, v. 17, n.4, 2011.

MADANSKY, A. On the efficiency of three-stage least-squares estimation. **Econometrica**, v.32, n.1, p. 51-56, 1964.

MARONNA, R. A.; YOHAI, V. J. Robust regression with both continuous and categorical predictors. **Journal of Statistical Planning and Inference**, v.89, 2000.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equation. **Forest Science**, v. 22, n. 3, p. 283–289, 1976.

McCLURE, J. P.; CZAPLEWSKI, R. L. Compatible taper equation for loblolly pine. **Canadian Journal of Forest Research**, v.16, n.6, p. 1272-1277, 1986.

MEYER, H. A. A correction for a systematic error occurring in the application of the logarithmic volume equation. **Pennsylvania State College Forest School**, v.7, p. 905–912, 1941.

MIDGLEY, S. et al. **Balsa: biology, production and economics in Papua New Guinea**. Cambera: Australian Centre for International Agricultural Research - ACIAR, Technical Reports Series n° 73, 2010. 98 p.

MIRANDA, R. O. V.; FIGUEIREDO FILHO, A. Ajuste do modelo de Clutter utilizando o programa Gretl. **Amazonian Journal of Agricultural and Environmental Sciences**, v.59, n.4, p. 417-421, 2016.

MONTGOMERY, D. C.; PECK, E. A.; VINING, G. G. **Introduction to linear regression analysis (Vol. 821)**. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 5 edição. 2012. 645 p.

MÔRA, R. et al. Análise de diferentes formas de ajuste de funções de afilamento. **Scientia Forestalis**, v. 42, n.102, p. 237-249, 2014a.

MÔRA, R. et al. Modelos para estimativas volumétricas de fustes de *Pinus taeda* L. **Enciclopédia Biosfera**, v.10, n.19, p. 1320-1332, 2014b.

MUNRO, D. D.; DEMAERSCHALK, J. P. Taper-based versus volume-based compatible estimating systems. **The Forest Chronicle**, v.50, n.5, p.197-199, 1974.



NASCIMENTO, F. A. F. et al. Sistema de crescimento e produção para povoamentos de *Pinus taeda* na região norte de Santa Catarina. **Cerne**, v.21, n.2, p. 235-242, 2015.

NÄSLUND, M. Skogsforsö ksastaltens gallringsforsök itallskog. Medd. **Från Statens Skogsförsöksanstalt**, v.29, p. 1–169, 1936.

NICOLETTI, M. F. et al. Relação hipsométrica para *Pinus taeda* L. em diferentes fases do ciclo de corte. **Floresta e Ambiente**, v.23, n.1, 2016.

NUGROHO, W., H.; WARDHANI, N., W., S.; FERNANDES, A., A., R.; SOLIMUN. Robust Regression Analysis Study for Data with Outliers at Some Significance Levels. **Mathematics and Statistics**, v.8, n.4, p. 373-381, 2020

PAPAGEORGIOU, G.; BOUBOULIS, P.; THEODORIDIS, S. Robust linear regression analysis—a greedy approach. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v.63, n.15, 2015.

PARRA, P. La balsa, la apuesta del sector maderero. **Revista Gestión**, n.261, p. 42 – 44, 2016.

PARRESOL, B. R. Additivity of nonlinear biomass equations. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 31, p. 865-878, 2001.

PARRESOL, B. R. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparisons. **Forest Science**, v. 45, p. 573-593, 1999.

PEREIRA, M. O. et al. Resgate vegetativo e propagação de cedro-australiano por estaquia. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.50, n.4, 2015.

PROTÁSIO, T. P. et al. Seleção de Clones de *Eucalyptus* para a produção de carvão vegetal e bioenergia por meio de técnicas univariadas e multivariadas. **Scientia Forestalis**, v. 41, n. 97, p. 15-28, 2013.

R CORE TEAM. R: **A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2019. Consultado 25 outubro 2019. Disponível em <https://www.R-project.org/>.

RAVI, J. et al. Performance of Robust Regression Estimators. **Journal of Statistics and Mathematical Engineering**, v.4, n.3, 2018.

RENCER, A. C. **Methods of multivariate analysis**. USA: Wiley-Interscience, 2 ed., 2002, 708 p.

RIPLEY, B. et al. Support functions and datasets for Venables and Ripley's MASS. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2002. Consultado 12 dezembro 2018. Disponível em <http://www.stats.ox.ac.uk/pub/MASS4/>  
<https://www.r-project.org/>

ROUSSEEUW, P. J. Least median of squares regression. **Journal of the American statistical association**, v.79, n.388, 1984.

SALLES, T. T. et al. Modelo de Clutter na modelagem de crescimento e produção de eucalipto em sistemas de integração lavoura-pecuária-floresta. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.47, n.2, p. 253-260, 2012.

SANQUETTA, C. R. **Fundamentos biométricos dos modelos de simulação florestal**. Curitiba: FUPEF, 1996, 49 p.

SANQUETTA, C. R. et al. **Inventários florestais: planejamento e execução**. Curitiba: Multi-Graphic Gráfica y Editora, 3 ed., 2014. 406 p.

SANTOS, A. T. **Análise do crescimento e simulação de manejo de um plantio de *Ocotea porosa***. 2012. 93 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias – Centro de Ciências Florestais e da Madeira, Curitiba, 2012.

SANTOS, R. M. M. et al. Modelos de volume e afilamento para florestas de *Pinus taeda* L. **BIOFIX Scientific Journal**, v.4, n.1, p. 35-42, 2019.

SAS Institute Inc. **SAS® On Demand for Academics**. Cary, NC: SAS Institute Inc., 2019. Consultado 20 setembro 2019. Disponível em <https://odamid-usw2.oda.sas.com/SASODACControlCenter/>

SCHRÖDER, T.; PEREIRA, L. D.; HOFIÇO, N. S. A. Comparação de métodos de estimativa de volume total para *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden. **Floresta e Ambiente**, v.20, n.4, p.480-486. 2013.

SCHUCHOVSKI, M. S.; ARCE, J. E.; OLIVEIRA, E. B. D. Dominant height and site index for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) in two forestry clusters in the Southern Region of Brazil. **Scientia Forestalis**, v.47, n.121, p. 92-104, 2019.

SCHUMACHER, F. X. A new growth curve and its application to timber yield studies. **Journal of forestry**, v.37, n.10, p. 819-20, 1939.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v.47, n.9, p.719-734, 1933.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal: modelos de crescimento e produção florestal**. Lavras: Universidade Federal de Lavras – UFLA / Fundação de Apoio ao Ensino, Pesquisa e Extensão - FAEPE, 2006. 393 p.

SCOLFORO, J. R. S. **Manejo florestal**. Lavras: Universidade Federal de Lavras – UFLA / Fundação de Apoio ao Ensino, Pesquisa e Extensão - FAEPE, 1998. 438 p.

ŞENYURT, M.; ERCANLI, I. A comparison of artificial neural network models and regression models to predict tree volumes for crimean black pine trees in Cankiri forests. **Şumarski list**, v. 143, n.9-10, p. 413-423, 2019.

SHARMA, M.; ODERWALD, R. G. Dimensionally compatible volume and taper equations. **Canadian Journal of Forest Research**, v.31, n.5, p. 797-803, 2001.

SHARMA, R. P. et al. A Nonlinear Mixed-Effects Height-to-Diameter Ratio Model for Several Tree Species Based on Czech National Forest Inventory Data. **Forests**, v.10, n.70, p.1-31, 2019.

SHARMA, R. P.; BREIDENBACH, J. Modeling height-diameter relationships for Norway spruce, Scots pine, and downy birch using Norwegian national forest inventory data. **Forest Science and Technology**, v.11, n.1, 2015.

SILVA, G. C. C. **Modelagem do crescimento e da produção florestal em povoamentos de eucalipto desbastado e não desbastado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal). Universidade Federal de Lavras. 2017. 129p.: il. color. 2017.

SILVA-GONZÁLEZ, E. et al. Funciones compatibles de ahusamiento-volumen para tres especies de *Pinus* en la Unidad de Manejo Forestal 0808 del estado de Chihuahua. **Investigación y Ciencia**, v.26, n.73, p. 58-67, 2018.

SIRONEN, S.; KANGAS, A.; MALTAMO, M. Comparison of different non-parametric growth imputation methods in the presence of correlated observations. **Forestry**, v.83, n.1, p. 39-51, 2010.

SKOVSGAARD, J. P.; VANCLAY, J. K. Forest site productivity: a review of the evolution of dendrometric concepts for even-aged stands. **Forestry**, v.81, n.1, p. 13-31, 2008.

SNEATH, P. H.; SOKAL, R. R. Numerical taxonomy. **Nature**, v.193, n.4818, p. 855-860, 1962.

SNEATH, P. H.; SOKAL, R. R. **Numerical taxonomy**: The principles and practice of numerical classification. San Francisco: W. H. Freeman and company, 1973. 573 p.

SOKAL, R. R.; ROHLF, F. J. The comparison of dendrograms by objective methods. **Taxon**, v.11, n.2, p. 33-40, 1962.

SPURR, S. H. **Forest inventory**. Ronald Press Co., New York, 1952.

STANKOVA, T.V.; DIÉGUEZ-ARANDA, U. Height-diameter relationships for Scots pine plantations in Bulgaria: optimal combination of model type and application. **Annals of Forest Research**, v.56, n.1, p. 149-163, 2013.

STAPE, J. L. et al. The Brazil *Eucalyptus* Potential Productivity Project: Influence of water, nutrients and stand uniformity on wood production. **Forest Ecology and Management**, n.259, p. 1684–1694, 2010.

STEVENS, W. D. et al. **Flora de Nicaragua (v. 85, n. 1)**. New York: Missouri Botanical Garden Press, 2001. 943 p.

STOFFELS, A.; VAN SOEST, J. Principiële vraagstukken bij proefperken (The main problems in sample plots). Ned. **Boschbouwtijdschrift**, v.25, p. 190-199, 1953.

STOLLE, L. et al. Modelos hipsométricos para um povoamento jovem de *Khaya ivorensis* A. Chev. **BIOFIX Scientific Journal**, v.3, n.2, 2018.

SACULINGGAN, M.; BALASE, E. A. Empirical power comparison of goodness of fit tests for normality in the presence of outliers. **Journal of Physics: Conference Series**, v.435, n.1, p. 1 – 11, 2013.

SULLIVAN, A. D.; CLUTTER, J. L. A simultaneous growth and yield model for loblolly pine. **Forest Science**, v.18, n.1, p. 76-86, 1972.

TANG, X. et al. Development of a compatible taper function and stand-level merchantable volume model for Chinese fir plantations. **PloS one**, v.11, n.1, 2016.

TÉO, S. J. et al. Modelagem para classificação de sítios em povoamentos de *Pinus taeda* L., na região de Caçador, SC, Brasil. **Unoesc & Ciência-ACET**, v. 6, n. 2, 2015.

TRUJILLO, E. **Guía de reforestación**. Bogotá: El Semillero, Dayber Diseño e Impresión, 2.ed, 2009. 255 p.

VARÓN P., T.; MORALES-SOTO., L. **Árboles en la ciudad de Medellín**. Alcaldía de Medellín. Medellín: Panamericana Formas e Impresos S. A. 2016. 285 p.

VÁSQUEZ-CORREA, A. M.; RAMÍREZ-ARANGO, A. M. **Maderas comerciales en el Valle de Aburrá**. Medellín: Área Metropolitana del Valle de Aburrá, 2005. 246 p.

WICKHAM, H. et al. **dplyr: a grammar of data manipulation**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2019. Consultado 17 abril 2019. Disponível em <https://dplyr.tidyverse.org/>

WICKHAM, H. et al. **Ggplot2: Create Elegant Data Visualisations Using the Grammar of Graphics**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2018. Consultado 20 novembro 2019. Disponível em <http://ggplot2.tidyverse.org>

YOHAI V. J. High breakdown-point and height efficiency robust estimates for regression. **The annals of Statistics**, v.15, .20, 1987.

YOHAI V. J.; ZAMAR, R. H. High breakdown-point estimates of regression by means of the minimization of an efficient scale. **Journal of the American Statistical Association**, v.83, .402, 1988.

YU, C.; YAO, W. Robust linear regression: A review and comparison. **Communications in Statistics-Simulation and Computation**, v.46, n.8, 2017.

ZELLNER, A. An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias. **Journal of the American statistical Association**, v.57, n.98, p. 348-368, 1962.

ZELLNER, A.; THEIL, H. Three-Stage Least Squares: Simultaneous Estimation of Simultaneous Equations. **Econometrica**, v.30, n.1, p. 54-78, 1962.

ZHAO, D. et al. Compatibility, development, and estimation of taper and volume equation systems. **Forest Science**, v.65, n.1, p.1-13, 2019.

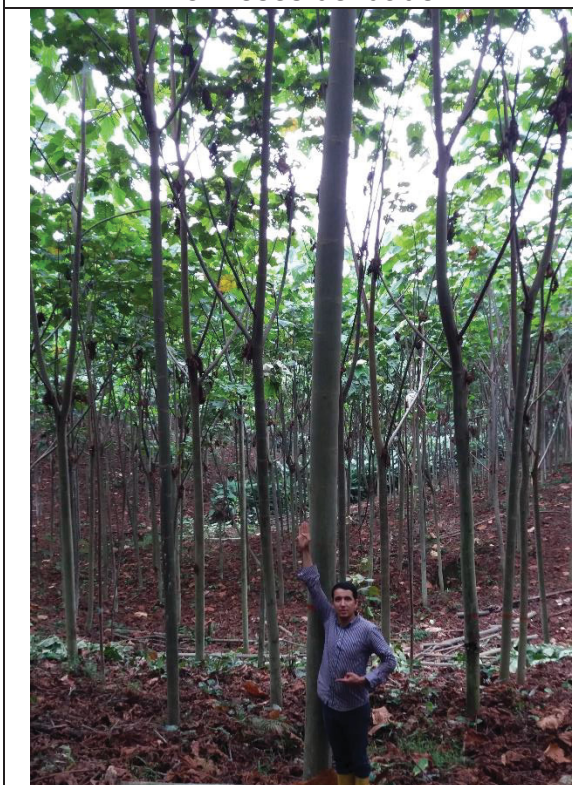


**ANEXO 1 – REGISTRO FOTOGRÁFICO DA ESPÉCIE EM PLANTIOS**

~8 meses de idade



~16 meses de idade



~24 meses de idade



~48 meses de idade





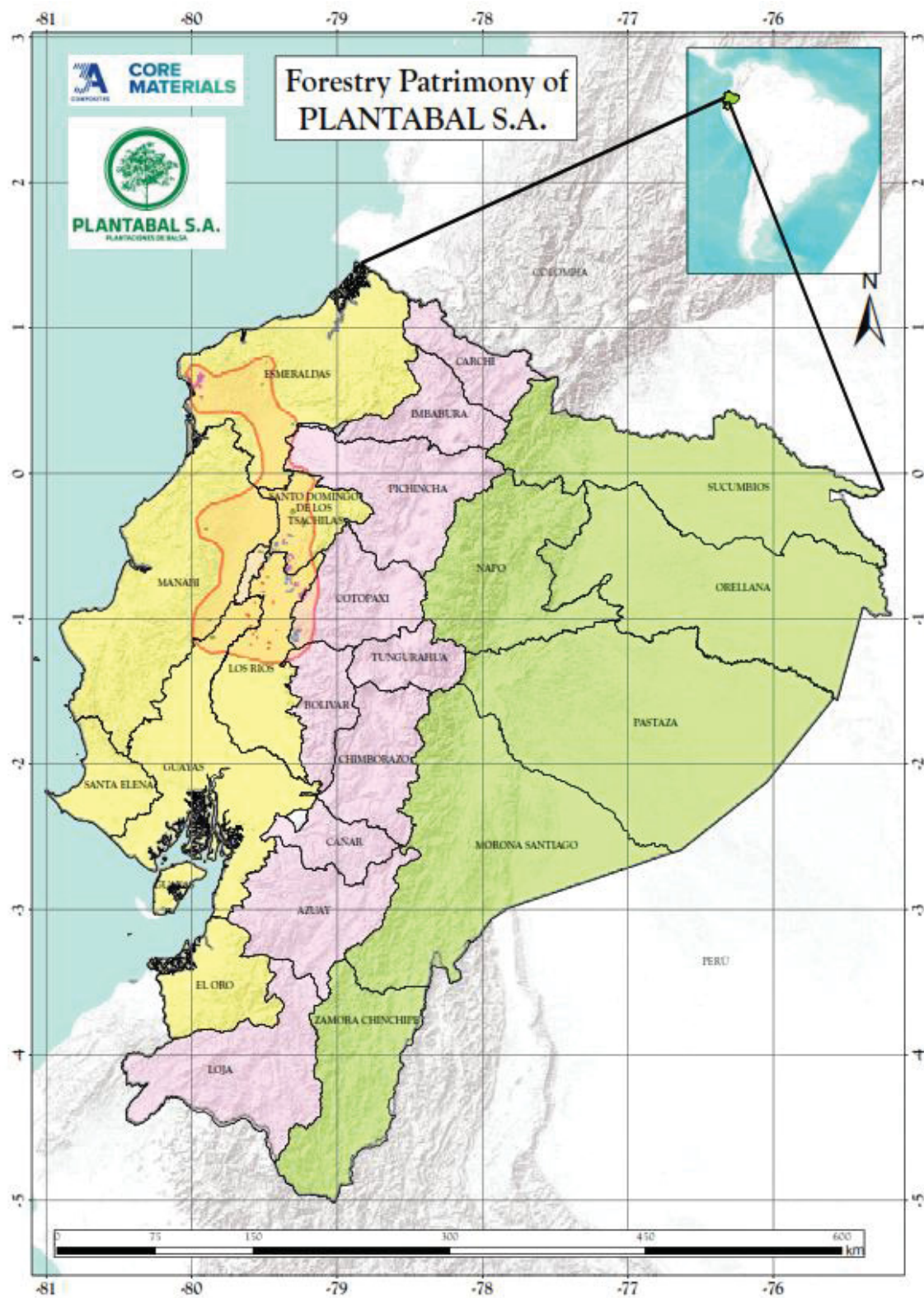
Árvores com ~54 meses de idade (a esquerda) e copa após derrubada (a direita)



Tronco e cubagem de árvores com ~54 meses de idade



## ANEXO 2 – MAPA DE LOCALIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO





## ANEXO 3 – SCRIPTS PARA O AJUSTE DE MODELOS

### - Capítulo 1. Ajuste de modelos hipsométricos lineares por meio de estimadores-M robustos. Em Rstudio®

```
library(MASS)
# Modelo de Henricksen por estimador-M de Huber
fit <- rlm (h ~ log(DAP), psi = psi.huber, data = dataset).
# Modelo de Curtis
fit <- rlm (log(h ~ I(1/DAP), psi = psi.huber, data = dataset)
# Modelo de Stoffels
fit <- rlm (log(h) ~ log(DAP), psi = psi.huber, data = dataset)
# Modelo de Näslund
fit <- rlm (sqrt((DAP^2/(h-1.3))) ~ DAP, psi = psi.huber, data = dataset)
```

---

#Trocar psi = psi.huber por psi = psi.hampel e por psi = psi.bisquare para o ajuste dos modelos pelos estimadores-M de Hampel e biweight, respectivamente.

Ver modelos hipsométricos em TABELA 4.

### - Capítulo 2. Ajuste conjunto de sistemas compatíveis de afilamento e volume por SUR. Em SAS Studio®

\*Modelo Kozak - Sistema compatível com w (matriz de pesos)\*;

```
proc model;
v=d**2*h*(k*((b2/2)-(2*b1/3)));
resid.v=resid.v*w.Spr.g;
di2=((b1*x1)-(b2*x2))*d2;
fit v di2/ sur;
run;
```

---

\*Modelo Max-Burkhardt - Sistema compatível com w\*;

```
proc model maxiter = 32000;
parms a1 = 0.0266 a2 = 0.5911 b1 = -3.1825 b2 = 1.3349 b3 = 225.5280 b4 = -2.2711;
if ((hi/h) <= a1) then l1=1;
else l1=0;
```

```

if ((hi/h) <= a2) then l2=1;
else l2=0;
v = k * (((b3*(a1**3) + b4*(a2**3))/3) - (b1/2) - (2*b2/3) * (d**2)*h;
resid.v=resid.v*w.Spr.g;
di = d*( ( b1*((hi/h)-1) + b2*(((hi/h)**2)-1) + b3*((a1-(hi/h))**2)*l1 + b4*((a2-(hi/h))**2)*l2
) **0.5);
fit v di / sur;
run;

```

---

```

*Modelo Schumacher-Hall - Sistema compatível com w*;
proc model maxiter = 32000;
parms a =-10.1205 b = 1.9121 c = 1.114889 p = 2.004471;
Inv=a+b*log(d)+c*log(h);
resid.Inv=resid.Inv*w.Sch.g;
Indi = log((exp(a)*p*c/k)**0.5) + (b/2)*log(d) + ((p*c-1)/2)*log(l) + (((1-p)*c)/2)*log(h);
fit Inv Indi / sur;
run;

```

---

```

*Modelo Spurr - Sistema compatível com w*;
proc model maxiter = 32000;
parms a =-0.01528 b = 0.000043 p=-0.97328 q = 1.008597;
v = a + b*(d**2)*h;
resid.v=resid.v*w.Spr.g;
y = (a*(p+1)/k) * ((l**p)/((d**2)*(h**(p+1)))) + (b*(q+1)/k) * (l/h)**q;
fit v y / sur;
run;

```

---

Em que:  $x_1 = (h_i^2 / h^2) - 1$ ;  $x_2 = (h_i / h) - 1$ ;  $d$  = DAP;  $w.Spr.g$  = matriz de pesos do modelo de variável combinada de Spurr (ver. Equação 39).

Ver modelos dos sistemas compatíveis de afilamento e volume em TABELA 13.

**- Capítulo 3. Ajuste simultâneo do sistema de equações de área basal e volume de Sullivan e Clutter (1972) por 3SLS e matriz de correlação contemporânea. Em SAS Studio®**

\* Sistema de Equações de área basal e volume. Ajuste por 3SLS e variáveis endógenas\*;

```
proc model maxiter=32000;
parms b0 b1 b2 b3 a0 a1;
endogenous lnG2;
INSTRUMENTS X1 X3 X4 X5 S;
lnG2 = X3 + a0*X4 + a1*X5;
lnV2 = b0 + b1*X1 + b2*S + b3*lnG2;
fit lnV2 lnG2/ 3SLS covs;
run;
```

\*Matriz de correlação contemporânea\*;

```
proc iml;
/* converte matriz de covariância em matriz de correlação*/
M = {0.0012402    0.0003074,
      0.0003074    0.0043492};
/* desvio padrão de cada variável*/
D = sqrt(diag(M));
DInv = inv(D);
R = DInv*S*DInv; /* matriz de correlação */
print R;
```

---

Em que:  $X1 = 1/I2$ ;  $X2 = 1/S$ ;  $X3 = \ln(G1)*I1/I2$ ;  $X4 = 1 - I1/I2$ ;  $X5 = (1 - I1/I2)*S$ ;  $S$ =sítio  
 $M$ = matriz de covariância resultante do ajuste do sistema de equações.

Ver modelos do sistema de equações de área basal e volume de Sullivan e Clutter (1972) em TABELA 24 - Equações (41) e (42).